ELOGIO

DI

BONAVENTURA CAVALIERI

BONAVENTURA CAVALIERI

ELOGIO

DI

BONAVENTURA CAVALIERI

RECITATO

INAUGURANDOSI UN MONUMENTO ALLA MEMORIA DI LUI

ALL' OCCASIONE DEL SESTO CONGRESSO SCIENTIFICO ITALIANO

IN SOLENNE ADUNANZA STRAORDINARIA

DELL' I. R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

DA

GABRIO PIOLA

PRESIDENTE DELLO STESSO I. R. ISTITUTO, EC.

CON NOTE, POSTILLE MATEMATICHE, EC.

MILANO

COI TIPI DI GIUSEPPE BERNARDONI DI GIOVANNI

1844

ELOGIO

Darsi nell' uomo una dignità procurata dal sapere e ben meritevole del pubblico suffragio è verità che debb' essere profondamente sentita da ognuno che consideri le accoglienze e gli onori resi in questi giorni a chi va distinto per quella nobile prerogativa. In me poi, davanti a questo Consesso, cresce a doppio un tal sentimento, concorrendo ad inspirarmelo anche il subbietto del quale mi fu imposto parlarvi. Imperocchè non io vengo a dirvi le lodi di un antico illustre, il cui nome, riverito fra i popoli, abbia stanche le voci degli oratori o de' poeti: bensì di un modesto filosofo, di un umile cenobita, che trascinò vita solitaria, ignorata dai più, deserta dei beni che ne infiorano per altri il cammino, e la fanno brillare agli occhi della moltitudine. Eppure, se mi è dato raggiungere colle parole i concetti, vorrei condurvi tutti a dire con me: quelle povere lane, che ritratte in marmo, oggi si scoprono ai nostri sguardi, sono più gloriose di un ricco paludamento; anzi quella non curanza di ogni fasto giova

affinchè meglio apparisca una elevatezza che vuol essere misurata fuori del sensibile. Già è noto che io parlo di Bonaventura Cavalieri, alla cui memoria si statuì che fosse sacra la presente festività. Perchè mai un nome bastevole ad illustrare, non dirò una città, ma una nazione, rimase sconosciuto a molti eziandio di coloro cui doveva ricordare un concittadino, e che si chieser l'un l'altro chi era costui al quale la patria ergeva dopo due secoli un monumento? Egli è perchè non sulla terrestre polvere convien cercare le orme profonde lasciate dal passaggio di quest' uomo, sibbene in un mondo superiore, nel mondo delle intelligenze. Allora il negletto fraticello, che scalzo camminava, che visse travagliato ed infermo, ci si cambierà tutt'a un tratto in un grande, in un legislatore, cui gl'ingegni atti ad intenderlo rendono concorde omaggio, ed alzano volonterosi un seggio eminente. — Dopo di che voi già intendeste, o Signori, quale esser deve il mio elogio. Vi parlerò del Cavalieri toccandovi di qualche particolare della sua vita, ma principalmente il considererò colà dov'egli veramente visse, nel regno cioè delle scienze, e di quella in ispecial modo ch'egli promosse da solo più che non tutti insieme i geometri dell' antichità (1). Se non che un tale assunto m' obbligherà in molta parte del mio discorso a passare fra le aridezze della geometria e della metafisica, sopra argomenti cioè che rifuggono da tutto che può dare grazia e luce alla elocuzione. Mi conforta però il pensiero ch' io parlo ad una assemblea dove già si conosce il più delle cose che son per dire, e ben si sa dover essere l'ufficio della parola subordinato al fine che si ha di mira.

A due principali circostanze, o Signori, è necessario por

mente, chi voglia giustamente apprezzare un uomo di scienze: a quella del luogo e del tempo in cui visse, e a quella altresì dello stato della scienza che prese a soggetto de' proprj studj. Perocchè, quanto alla prima, chi non vede potenti ajuti che sono i mezzi d'istruzione e la coltura di coloro fra cui si conversa? Ponete che fosse nato sopra una landa selvaggia qualunque de' sapienti che più ammiriamo: a che sarebbersi ridotte le meraviglie di quella mente? forse non più che a togliere un grado di rozzezza fra' meschini co' quali avrebbe avuto comune il suolo nativo. E quanto alla seconda, allo stato cioè della scienza cui rivolgonsi le fatiche, ognuno capisce essere per un verso più facile raccogliere grossi manipoli in un campo di messi tuttora intatte, di quello che in un campo dove sia già corsa la falce: ma che per un altro verso riesce più comodo il lavoro, usando stromenti già fatti, di quando è forza, prima di operare, il fabbricarsi eziandio gli stromenti. Il perchè non vi sarà discaro, o Signori, se prendo a considerare il Cavalieri sotto entrambi gli accennati rispetti. Facendomi dal primo, egli nacque in Milano (2) del 1598, in epoca non troppo favorevole ai buoni studj, in mezzo ad una società poco disposta a concedere una ben ponderata estimazione ai meriti scientifici. Non già che debbasi dar retta a coloro i quali vollero dipingerci il nostro paese in quella età quasi involto di barbarie. Eranvi le buone discipline in uno stato, non di selvatichezza, bensì di decadimento: chè prima qui, non meno che altrove, fiorirono rigogliose, principalmente ai tempi di Lodovico il Moro, circondato da una coorte di dotti per varia maniera di sapere. Ma dopo la caduta del dominio Sforzesco, dopo il

lungo contendere per la successione al Ducato di Milano tra le corti di Francia e di Spagna, erano queste Province venute a mano di magistrature che stendevano le loro sollecitudini poco più in là del material reggimento. E nondimeno (tanto connaturale è a questo suolo l' essere fecondo dei frutti dell' ingegno) la buona volontà de' nostri padri, quantunque non favorita da' governanti, arrabattavasi di per sè stessa onde avvantaggiare le condizioni del pubblico addottrinamento. All' epoca medesima di cui parliamo, ancor durava l' impulso dato dal Cardano, dall'Alciati, dal Conti, morti nella seconda metà di quel secolo: instituivansi in questa città più accademie e due collegi; erigevansi a spese di privati le scuole Arcimbolde con altre più elementari, emergendo poi sopra tutte l'ammirabile fondazione di Federigo Borromeo, che di tanto decoro anche presentemente torna alla patria nostra. Però mancavano i più validi eccitamenti che vengono dal Principato. Quando alcune mal augurate imprese guerresche tenevano la cima d' ogni pensiero, non era a cercarsi traccia di ciò che doveva essere riserbato a tempi migliori: un' equa distribuzione di onori e di emolumenti: l'Autorità e la Potenza, che messi da banda gli argomenti del terrore, vengono a conversare familiarmente coi dotti, ed a far plauso alle loro prove. — Le scienze pertanto riparavano allora, meglio che altrove, all'ombra de'chiostri: chè in quegli asili di pace stavasi al coperto dall' albagia e dai soprusi di taluni i quali recavansi a vanto il farsi superiori alle leggi. Ciò nondimeno, sendo conforme all' indole de' religiosi istituti il promuovere, più ch' altre, le scienze morali e sacre, avveniva talvolta che le tendenze a diverso genere di

studj non trovassero sull'esordire favore ed incoraggiamento. Il che appunto s'avverò del nostro Cavalieri, che avea dato il suo nome all'ordine de' Gesuati (3), soppresso poi ventun'anno dopo la sua morte. Egli, cui spettava l'operare un rivolgimento nelle scienze matematiche, ebbe a passare gli anni della prima sua gioventù tutto dedito alle filosofiche e teologiche discipline, professando eziandio le seconde nel cenobio di S. Girolamo (4). Trovo che in occasione di pubbliche dispute, traevano gli uditori in gran numero ad ammirare il sottile dialettico, il professore dotato di una sempre vincitrice eloquenza. Eppure non tardò Bonaventura ad accorgersi, che sebbene il suo ingegno fosse pieghevole a varia dottrina, era però sì predisposto per le scienze esatte, da non rimanergli dubbio veruno intorno a quel genere di studj che meglio gli si affacesse. Quindi le cure del suo primo insegnamento, le esortazioni affinchè non abbandonasse l'arringo ove in verde età avea conseguito quanto sembrava soltanto proprio dell'età matura, i viaggi ai quali gli fu d'uopo assoggettarsi, la malattia stessa che di buon'ora gli fe' sentire le sue pressure, furono difficoltà simili all'ostacolo cui una corrente, trattenuta per poco, sormonta poi a discenderne con maggior forza. Egli dovette la sua educazione matematica, più che ad altri, a sè stesso. È vero che Benedetto Castelli gli fornì da principio alcuni indirizzi, e che poscia il gran Galileo gli fu cortese di consigli e d'istruzioni: ma per testimonianza di Galileo medesimo (5), non ebbe veramente mestieri mai di maestro: da sè, nel silenzio della sua cella s'impadronì di tutta la scienza antica: faccenda di non molti giorni era per lui percorrere quello stadio ov'altri s'affatica per anni.

Un detto diffuso per molti libri e per molte bocche chiama il Cavalieri discepolo del Galileo: nè io mi farò qui a contrastare un'appellazione che il modesto geometra nostro concittadino si diede più volte egli stesso. Però credo del mio istituto determinarne il vero senso. Se vuolsi per essa intendere che il Lombardo apprese dal Toscano que' mirabili trovati di lui in meccanica ed in fisica, ben gli sta il titolo di discepolo, e v'era di che vantarsene: ma in quella parte delle matematiche la quale dovea poi renderlo immortale, vo' dire nella geometria, Cavalieri sublimossi colle sole sue forze: e quando Galileo lo vide stendere tant' ala a quel volo, fu tra' primi a meravigliarne, non potendovi scorgere l'opera sua. Ciò è sì vero, che negli scritti del gran Pisano non troverete avviamenti alle scoperte del Milanese: troverete cose altissime sugli infiniti e sugli indivisibili, ma insieme con esse tali parole da sconfortare chiunque volesse per questa strada cercar relazioni fra quantità finite (6). Quella pagina dei Dialoghi sulle scienze nuove fu anzi buttata aspramente in faccia al Cavalieri da' suoi oppositori, come dissenziente dalle sue dottrine: ed egli non diedesi a provare il contrario; sì bene, declinando la discussione, chiese gli fosse permesso pensare in ciò a modo suo. — Che, a riscontro dell' insegnamento stabilito con tanto onore d' Italia dal riformatore della filosofia naturale, fondasse il Cavalieri altro insegnamento ov' egli passava per caposcuola, nuova prova ce ne fornisce l' illustre Torricelli, il quale nell' accennata controversia si scostò dall' opinion del maestro per abbracciare quella del suo compagno ed amico, e si addentrò sì fattamente nello studio della nuova geometria, che ne

cavò non minori titoli di gloria di quanti ne ebbe raccolti per aver continuata la scuola d'Arcetri. Galileo medesimo in altro luogo delle sue opere diede poi segno che quella sua prima sentenza eragli diventata sospetta. — I sommi ingegni, o Signori, si riconoscono l'un l'altro a certi indizj segreti, dei quali basta talvolta un lampo per una piena rivelazione: distanza di età e di condizione, la stessa relazione di maestro e discepolo dispare davanti alla manifestazione di questi indizj, o vi sottentra il mutuo rispetto, la mutua ammirazione. Il filosofo toscano previde a quanta ampiezza sarebbe cresciuto l'edificio di cui gettava le prime pietre il povero frate di Lombardia, e lontano da que' sentimenti che non allignano nelle anime grandi, osservò senza dolersene i suoi stessi allievi mettersi alla sequela di lui per quanto spettava a ricerche di alta geometria. Ma che dico, senza dolersene? gli encomj che al Cavalieri profuse, singolarmente quando gli procurò la cattedra di Bologna (7), e quando poscia invitollo alla stessa sua prima sedia di Pisa (8), c' inducono a credere che se la vecchiezza e i molti disagi non gli avessero recato impedimento, avrebbe anticipato di più d'un secolo l'esempio datoci poi dall'Eulero e dal Legendre, che in età quasi ottuagenaria si fecero propugnatori di giovanili scoperte.

Questi cenni precorsi mi fanno accorto essere mio dovere il venirvi discorrendo con più di ordine intorno agli studj del Cavalieri: ciò che imprenderò del miglior animo, giacchè non reputo, o Signori, opportuno l'intrattenervi nella narrativa di molte particolarità della vita di lui. Una vita che passò fra le mura di un chiostro e quelle di una università, e si spense poco più oltre la metà del corso

ordinario, non presenta punti molto prominenti. Ben potrei toccarvi di stipendj accresciuti a titolo di premio dal Senato di Bologna, di profferte amorevoli per parte del cardinal Borromeo, di privilegi concessi da papa Urbano VIII, di principesche cortesie largitegli da Ferdinando II di Toscana, di onori insomma non comuni venuti a far contrasto coll'umiltà del sajo religioso (9); ma voi ben sapete che il pregio di sì fatte cose sta nel servir d'insegna per riconoscere dove risiede il vero merito: e poichè questo merito voi potete considerarlo direttamente, più presto che argomentarlo da segni esterni, io penso che omai vi tardi l'udirvene più distintamente ragionare.

Parmi che tre gradi di sempre migliore attitudine possano assegnarsi per chiunque si dedica ad una scienza, salendo i quali sia dato arrivare quando che sia al sommo della rinomanza. Pel primo, che quantunque minore degli altri, pure è pregevolissimo, massimamente se trattisi di un pubblico professore, metterei l'essere buon conoscitore dello stato della scienza a'suoi tempi, padroneggiandone così le varie parti, da saperne dar conto come di cosa propria. Che tale fosse il professor di Bologna, già ve lo accennai quando dissi essersi egli fatta sua ogni dottrina degli antichi geometri. Ora vi aggiungerò che sperto eziandio di tutta la scienza de'suoi giorni, e precipuamente de' nuovi trovati del Keplero, del Copernico e del Galileo, ce lo manifestano i suoi libri e le sue lettere. Delle opere in particolare del grande Toscano aveva egli sì familiari le citazioni, che ben appare come ne facesse lettura diurna e notturna. La sua cattedra era veramente di astronomia, ma le sue giornaliere lezioni si allargavano ad altri non

pochi rami delle matematiche. Scorrendo le sue lettere veniamo a sapere che molto vi si intratteneva di ottica ed anche di meccanica, e fin di nautica. Solerte per non defraudare i suoi allievi di ogni utile novità, ne stava continuamente in sull'avviso: del che ci fa testimonianza quel suo frequente raccomandarsi (siccome appare dal commercio epistolare), affinchè gli fosse mandato or questo or quel libro che sapea di recente pubblicato. Lo storico delle matematiche, il Montucla, fa il Cavalieri primo introduttore in Italia della teorica dei logaritmi (10), e l'inglese Jones celebra le tavole trigonometriche da lui date in luce, alcuna delle quali calcolata di nuovo. La pienezza delle cognizioni nel maestro rifluiva nell'insegnamento. Il Ghilini e il Daviso, suoi contemporanei, ci narrano che la sua scuola era affollata di uditori, alcuni de' quali appartenenti a classi cospicue: e ciò per la grande stima in che tenevansi dall'universale il suo sapere e la sua facondia. A rendere più efficace l'istruzione, egli compilò varie opere (11), che rimpetto alla principale, di cui fra poco diremo, vengono appellate minori. Un pensiero forte, profondo, incessante lo teneva abitualmente sollevato nelle regioni più alte della scienza: ma egli sapea discenderne ed impicciolirsi co' suoi alunni: così sagrificava al dovere la sua inclinazione, ed insieme una parte altresì della sua fama.

Accennandovi le minori opere del Cavalieri, passo naturalmente a dire del secondo grado di merito, allorchè lo scienziato non solo possiede quanto, per la parte da lui professata, entra nel comun patrimonio del sapere, ma vi aggiunge del proprio. Molti sono che coltivando queste no-

bili discipline, si mettono a ricerche non per anco tentate: ma d'ordinario la materia è sorda per rispondere all'intenzione dell'arte: a pochi è dato trovare il nuovo fra il consueto, e tra il comune il peregrino. Cavalieri fu di questi pochi. Rammenterò quel che seppe aggiungere alla Diottrica del Keplero, determinando le distanze focali nelle lenti a sfericità diseguale (12). Toccherò della combinazione da lui pensata per ridurci credibili le meraviglie degli specchi d'Archimede e di Proclo; egli ci venne mostrando potere la scienza costringere i raggi, che corrono paralleli in un cilindro di gran diametro, a correre tutti ancor paralleli in un cilindro di diametro piccolissimo: la luce solare così costipata, renderci l'immagine di quella specie di fulmine che gli storici narrano uscisse dagli antichi apparati ustorj (13). Asserirò, con particolar nota, ch'egli può dirsi il primo inventore del telescopio a riflessione, avendocene data apertissima l'idea, ed insegnato un modo di costruzione nella seconda sua opera pubblicata dieci anni innanzi che Newton nascesse (14). Preterir non potrei l'idraulico ordigno, mediante il quale vedesi sciolto il problema del tramutare il moto circolare in rettilineo, più semplicemente che non sia stato fatto da meccanici posteriori (15). L'Istituto nostro volle, non ha guari, che si costruisse uno stromento sì pregevole, affinchè la singolarità dell'ingegno ch'oggi per noi si esalta, venisse dimostrata a chi più d'ogn'altro ama il linguaggio dei fatti. Degne pure di ricordo sarebbero le ingegnose ipotesi dirette ad assegnare la causa di alcune meteore acquee: e degnissimo ne è quel teorema d'idrodinamica con cui il nostro Autore diè mano al già suo maestro Castelli per vincere una diffi-

coltà, davanti alla quale erasi arrestato (16). Venendo alla scienza dal Cavalieri prediletta, alla geometria, dirò di una idea sulla quantità dell' angolo solido, che si ricava da un suo teorema, e ch' io vorrei vedere introdotta nell' insegnamento, tenendo per fermo che ne conseguiterebbero alcuni vantaggi, massimamente per la cristallografia (17). Fra le molte geometriche questioni ch' egli ci svolse coi metodi ordinarj, non potendo dire di tutte, farò menzione del problema, notabile a' suoi tempi, proposto dal Fermat, ove chiedevasi s' assegnasse il punto che ha minima la somma delle distanze da tre punti dati (18). Qualche parola di più sarammi concessa intorno a quel teorema che ci dà in generale la quadratura d' ogni triangolo sferico, e che per l'occasione dell'odierno monumento fornì all'artista l' emblema col quale individuarne l'effigie (19). Il più valente fra gli oppositori del Cavalieri, quel Guldino di cui diremo più a lungo in appresso, ne parlò con sì enfatiche lodi, che parvero soverchie allo stesso Autore: consigliandolo poi a mettere da parte i suoi indivisibili e a non deviar da una strada dove sapeva imprimere orme sì gloriose. Fortunatamente il nostro Matematico, se mostrossi grato alle lodi, non ne accettò i consigli, seguire i quali sarebbe stato imitar que' selvaggi che cambiavano l'oro e le gemme col ferro degli Europei. Lo che io non dico per scemar pregio alle minori scoperte del Cavalieri: penso anzi, che se queste parvero piccole in lui, ciò avvenne soltanto al paragone di altre tanto maggiori in numero ed eccellenza.

Ed eccomi a quel terzo grado di merito, raggiunto da pochissimi, quando l'inventore non ci viene già insegnando

alcune verità staccate; ma trovandone un gran numero tutte rispondenti fra loro, ne forma un sistema, e crea un nuovo ramo di scienza. Mi brilla l'animo, o Signori, nel vedermi ora portato dal mio assunto a dovervi render ragione della maggior opera del Cavalieri, della Geometria degli indivisibili. In ciò fare, io vi prometto di tenermi così in guardia contro l'entusiasmo dell'amor patrio, che quanto al fondo delle cose non vi dirò se non il già asserito, e forse più efficacemente, da scrittori stranieri. Quindi è che sul bel principio vi farò palese essersi su tale argomento detto troppo, e troppo poco. Fu detto troppo da coloro che vollero a dirittura il Cavalieri inventore del calcolo infinitesimale, quasi che il Newton e il Leibnitz, venuti di poi, non siano stati che plagiarj. No, que' grandi genj seppero tanto aggiungere ai primi trovati del Milanese, e traducendoli nel linguaggio del calcolo, seppero formarne uno stromento unico e di tanta universalità, che ben l'opera loro può dirsi una novella creazione. Ma fu detto troppo poco da chi non conobbe, o riconoscer non volle, che nella geometria degli indivisibili eranvi i fondamenti delle ulteriori teoriche, e quanto alla metafisica che tutte le regge, eravi già fissata così da poter essere di poi chiarita, ma non mutata. È dalla comparsa di questo libro lombardo, dice lo storico delle matematiche, che conviene annoverare i grandi progressi fatti nella scienza (20). Newton, lasciò scritto il Maclaurin, ha compiuto ciò che Cavalieri aveva augurato; e il celebre Segretario perpetuo dell'Accademia francese: Cavalieri fu il primo che costrusse un sistema geometrico sull'infinito.

Quest'ultime parole esigono una spiegazione, ed io vi

chieggo indulgenza se trattengovi di cose a molti di voi ben note, parendomi uno sconcio nel mio discorso che non suona all'orecchio di soli matematici, il non tentare almeno di dare un'idea dell'opera che riscosse il più clamoroso suffragio. Nelle quantità che voglionsi assoggettare a misura havvi spesso qualche elemento il quale, anche per breve tratto, si cambia un numero di volte maggiore d'ogni assegnabile: ciò appare manifestamente, per tacer d'altri esempj, ov'entrino linee o superficie curve. In tali casi sembrerebbe a prima giunta che la misura non potesse aversi senza tener conto di tutti i cambiamenti dell'elemento variabile, i quali essendo in numero matematicamente infinito, si crederebbe impresa che trascenda l'umana capacità. Eppure la geometria fino da' suoi primordj trovò modo di fare un sì gran passo. Il giovinetto che vede per la prima volta una lunula circolare provata eguale in area ad un triangolo, e la superficie della sfera eguale a quattro circoli massimi, si rimane freddo su quelle figure, e fors'anche ne fastidisce il dettato: ciò per non essere ancor atto a ben comprendere tutto l'artificio di sì fatte dimostrazioni: che se il potesse, capirebbe il perchè tanto si compiacessero di que' teoremi i loro primi inventori. Però cotali dimostrazioni, dovute agli antichi, posano sulla riduzione all'assurdo, sopra un metodo cioè esatto ma non diretto, che non ci porta all'intuito della verità, ma solo ci persuade non poter la cosa essere diversamente. Egli è, a modo di similitudine, come il conquistare una rôcca, non penetrandovi di forza, ma obbligandola a darsi vinta col cingerla d'assedio. Or chi fu che primo, schivando le lunghe ambagi degli antichi, trovò in tali incon-

tri le dimostrazioni dirette? Pregovi, o Signori, a riflettere che il solo concepirne la possibilità esigeva un ardimento da sbalordirne. Ciò infatti importava avere una mente che stesse salda davanti all'idea dell' infinito, che potesse, senz'esser colpita di vertigine, fissar lo sguardo per entro ad un abisso non tentabile da umano scandaglio. Eppure una tal mente si ritrovò, e che sia stata quella del Cavalieri, diravvelo per me lo storico francese in un epifonema ch'io non ripeto, perchè mi sembra fin troppo espressivo (21).

V'invito pertanto, o Signori, a meco considerare un tal uomo erettosi fra i prischi tempi e i moderni per segnar nella scienza un'era novella. Quest'è il secondo dei due rispetti, indicátivi fin da quando presi le mosse a favellarvi, sotto il quale a me conveniva di presentarvelo. In quel suo libro, steso da capo a fondo sempre sul medesimo principio, trovate dapprima riconfermati con brevissimo ragionamento molti assai noti teoremi d'Euclide: più tardi vedete abbreviata di due terzi la via conducente a proposizioni che valsero gli estremi sforzi del geometra di Siracusa: poi insieme con una moltitudine di nuovi e importantissimi risultamenti, anche alcuni trovati del Keplero da lui enunciati in una sua opera memorabile (22). Al qual proposito non debbo tacervi come in detta opera del grande astronomo tedesco si riscontrino alcune dimostrazioni aventi una certa rassomiglianza con quelle che il Cavalieri ridusse a sistema (23). Voi che conoscete la storia della filosofia, ben sapete che anche delle maggiori scoperte si trova sempre qualche sintomo in libri antecedenti, si trovano membri staccati che rimangono inerti, finchè non viene il genio a ravvicinarli e ad infondervi lo spirito

animatore (24). Ciò avvenne nel caso nostro: le misure di alcuni solidi, date o solo proposte dal Keplero, lasciavano desiderare prove più sicure: e poichè il suo metodo mancava di regole fisse, l'autore, quantunque valentissimo geometra, venne anche qualche volta a conclusioni non rette (25). Invece la geometria del nostro concittadino dall'essere compatta e come d'un sol getto traea la sua forza e la sua sicurezza. In appresso, opere contenenti il frutto di lunghe e concordi meditazioni sottentrarono alla stessa geometria degli indivisibili; ma ciò non toglie che per più anni essa sia stata l'unico stromento che operava le prime meraviglie. Un Francese, il Roberval, ci volle far credere ch'ei s'era formato un sistema geometrico simillissimo all'italiano, non avendo di questo contezza. Ma poichè il suo libro venne in luce assai più tardi, i geometri stessi di quella generosa nazione non furono degli ultimi a renderne giustizia, e ad assicurare al Milanese la priorità della scoperta (26). È dunque indubitato esservi stato un tempo nel quale Cavalieri, senza saputa di alcuno, s'avanzò per immensi campi non ancora segnati da orma mortale. Un fremito, cred'io, d'un sentimento indefinibile dovette provare quando, addentratosi in quelle solitudini, vide come un nuovo cielo, ed una nuova terra, della quale non poteva assegnare il confine, e che poco stante gli apparve popolata di creazioni mirabili e sconosciute. Queste, o Signori, sono estasi della mente, sperimentate da pochissimi, che avranno compensato il nostro geometra di assai privazioni.

Or bene, potrebbe insorgere a dir taluno, dal fin qui esposto si conchiude doversi al Cavalieri un sistema di di-

mostrazioni dirette per quelle proposizioni che abbisognano della considerazione dell'infinito: ma non si raccapezza ancor nulla intorno al modo da lui tenuto per vincere la prova. Grave quistione, o Signori, e tale che non è possibile il pienamente soddisfarvi. Quanto posso asserire, stando sulle generali, si è, tra i processi dell'umano intendimento notarsi questo meraviglioso, che dove concorre un grandissimo numero di elementi, sa esso talvolta da pochi conchiudere a tutti, ed afferrare con tanta certezza le conseguenze, che non ne avrebbe maggiore se avesse contati tutti i passi per lo smisurato trascorso viaggio. Come poi ciò avvenga, nol saprei dire: potendosi l'occhio della mente paragonare a quello del corpo, cui sfugge più ch'altro l'intuizion di sè stesso e delle intime sue operazioni. Di questi, chiamerolli così, valichi per l'infinito potrei citarvene più d' un esempio nelle matematiche. L'arte del filosofo sta nel ridurre il ragionamento a passare per alcuno di tali valichi: ed è allora che si trova portato a nuove regioni, alle quali sulle prime sarebbesi creduto impossibile l'approdare. Ora che la scienza del calcolo fu spinta a gran perfezione, si sa che il passaggio, di cui parliamo, ci vien fornito dalla teorica delle serie (27). Ai tempi di Cavalieri, le costruzioni geometriche tenevano il luogo delle formole analitiche: però il suo metodo era meno felice nella forma, quantunque il medesimo nella sostanza.

E qui, o Signori, fa d'uopo ch'io vi rammenti condizione angustiosa in cui trovasi talvolta il filosofo ch' ebbe sortito un ingegno inventore. Intendo quello stato della mente nel quale si riconosce, senza averne dubbio, una nuova verità, e nondimeno non si sanno cogliere per anco

i mezzi più opportuni onde persuaderla ad altri: non si hanno ancora alle mani gli argomenti vittoriosi a cessare ogni contraria insistenza. In una tal condizione trovossi Cavalieri per tutta la vita. Egli non disse mai che una superficie fosse fatta di linee, ed un volume di piani, ma diceva costantemente, tutte le linee di una superficie, tutti i piani di un volume. Questa parola era dura: Guldino, geometra grande quantunque da meno di lui, venne ad assalirlo colle più stringenti obbiezioni (28). Che è mai, gridava, questo linguaggio, e quanto indegno di un geometra? come passare d'una in altra grandezza eterogenea? potrà mai la ripetizione anche all'infinito supplire ad una dimensione mancante? Eppure in quelle parole *omnes lineæ, omnia plana*, tanto spesso replicate, e così aspramente combattute, eravi un tesoro di sapienza. Nelle parole *lineæ*, *plana*, stavano i rudimenti del calcolo differenziale, nelle parole *omnes, omnia* stava in potenza il calcolo integrale. Presentemente vediamo con tutta chiarezza che nelle quadrature e cubature, come il Cavalieri le istituiva, l'elemento variabile, ridotto alla sua maggiore semplicità, doveva avere una dimensione di meno della quantità misurata (29). Egli dunque avea ragione, e lo sentiva, ma non potea farla valere. Si difese alla meglio dal suo terribile antagonista con sottili accorgimenti, e principalmente coll'argomento indiretto che il suo metodo conduceva pur sempre alla verità, senza che una sola volta sia stato possibile coglierlo in fallo (30). Però, quanto all'obbiezione in sè stessa, s'accorse trovarvisi tal parte cui non sapea pienamente rispondere, e finì col ripetere quelle memorabili parole, poste già nella prefazione del libro VII,

esservi qui un nodo gordiano, la cui risoluzione era riserbata ad un futuro Alessandro (31). Il Maclaurin, nel suo celebre Trattato, riferisce questo detto del Cavalieri: nota com'egli avea preveduto che il suo metodo sarebbe poi ridotto a forma incontrastabile: ed aggiunge che l'Alessandro da lui vaticinato fu Isacco Newton (32). Sulla qual ultima asserzione permettetemi, o Signori, ch'io arrischi un'opinione contraria (33). Newton e Leibnitz fecero della geometria del Cavalieri quello che Cartesio avea fatto dell'ordinaria; vi applicarono il calcolo, e ci diedero un sistema che comprende tutto il meccanismo delle operazioni: ma quanto alla metafisica del metodo, non l'avanzaron gran fatto (34). Posso citarvi parecchi passi del nostro Autore, dove la genesi delle grandezze per mezzo del movimento è apertamente dichiarata, ed oltre l'idea evvi replicatamente suggerita altresì la parola adottata di poi dal sommo Inglese (35). Rispetto alla metafisica dell'infinitamente piccolo (36), intendendo per esso, non già, come di presente, una quantità che può ridursi minore di ogni data, ma quel certo che misterioso fra l'essere e il non essere, quale si volle sostenere per più anni nelle scuole, si sa che il concetto ne è assurdo perchè contradditorio, presentandosi come risultamento ottenuto alla fine di un processo che ha per proprietà essenziale quella appunto di non aver mai fine. Quindi io penso che la sua introduzione abbia intorbidata piuttosto che rischiarata la buona metafisica. Chi sia stato il vero Alessandro prenunciato dal Cavalieri, voi tutti il sapete e mi prevenite nel dire: nacque 89 anni dopo la morte di lui sulle sponde della Dora.

Ma io vado più innanzi e dico cosa forse non per anco

avvertita, eppure, per mio avviso, verissima. Mancando al Cavalieri nel linguaggio del calcolo i segni indispensabili a sostenere sì ardua speculazione, egli non potè vedere tutta la metafisica del suo metodo: però, quanto ne vide, ne vide bene, e parlandone senza errori, salutò da lungi l'aurora di una luce che dovea sorgere più tardi. Di presente noi sappiamo che è inutile affannarci per giungere ai remotissimi e supremi menomamenti delle quantità: ciò essendo impossibile, tanto fa sostarci più presto e, senza alcuno sforzo, contemplare un elemento piccolo soltanto quanto il bisogno il richiede, che è poi l'indeterminato di Lagrange. Ebbene, il nostro autore in cinque luoghi delle sue opere lasciò scritto che non giova il molto tritume delle divisioni, che ne bastano alcune per argomentare a tutte, che quando si ha in mano il rapporto fondamentale, al rimanente supplisce il pensiero (37). Può valere a riconferma la stessa denominazione d'indivisibili applicata agli elementi delle grandezze. Perchè mai il lombardo Geometra se ne mostrò sì tenace, da non volerne adottare mai altra? Credete voi che se gli fosse venuta in acconcio, non avrebbe assunto quella d'infinitamente piccolo? Già pronunciolla il Keplero prima di lui, e potea di leggieri volgerla al proprio uso (38). Ma no: quella parola non corrispondeva al suo concetto, e invece nell'altra d'indivisibili vedea come in emblema la significazion del suo metodo. Gli elementi infatti delle quantità, riguardati come gli ultimi appoggi delle nostre considerazioni, non possono dividersi: potete dividerne la rappresentazione sulla figura o il fantasma nella mente, ma ciò facendo voi non tagliate, per dir così, che la scorza: l'idea dell'elemento rifugge tutta in-

tera nella parte suddivisa, e se questa pur dividete, essa rifugge sempre ne' residui; potete inseguirla incessantemente, fermarla per decomporla, non mai. Avviene qui come dell'idea di sostanza quanto agli omogenei, che ci è porta dal frammento quale dall'intero, nè scema per assottigliamenti, nè per distrazion di parti si disperde (39).

Più ancora, o Signori. Già dicemmo che la scoperta del Cavalieri stava involuta entro forme geometriche, e che il trarnela fuori fu poi l'opera dei sommi geometri, inglese e tedesco (40). Ciò è vero: ma tutto fa credere che Cavalieri, fiancheggiato dal Torricelli, era in procinto di cogliere, almeno in parte, anche quest'altra palma, se la morte non avesse rapita nel mezzo degli anni virili questa impareggiabil coppia d'amici. Seguendo infatti attentamente l'Autor nostro nella quarta delle sue Esercitazioni geometriche, vediamo ch'egli erasi di già sollevato alla generalità delle lettere: e dandoci la quadratura delle parabole di tutti gli ordini, e la cubatura di tutti i solidi di rivoluzione da esse generati, avea espressa una formola cui non resta che applicare i simboli leibniziani, perchè ne esca una vera formola di calcolo integrale (41). Ancora un passo onde estendere la veduta dall'un caso a tutti i simili, e stabilire un sistema di operazioni staccato dalle figure, e il calcolo differenziale e integrale era trovato. — Mi rimane un'ultima osservazione sulla quale invocare l'attenzion vostra. Questo calcolo (voi lo sapete, o Signori) non fu applicato soltanto alle grandezze geometriche, ma esteso a tutte le quantità continue, promosse mirabilmente la meccanica e la fisica, e sollevossi fino a disvelarci il magistero dei cieli. Or pensereste mai che il Cavalieri non abbia previsto le

tante applicazioni che poteansi far del suo metodo anche fuori della semplice geometria? Nella quinta Esercitazione egli applicò gl'indivisibili a determinare i centri di gravità nei corpi a densità variabile, applicolli cioè facendo uso di una nuova quantità oltre le tre dimensioni: e pose un memorabile scolio, del quale con mio stupore non ritrovai in alcun libro la citazione, dove dice potersi tenere per quantità di natura indefinitamente varia l'andamento ch'ivi avea tenuto per le gravezze: e nomina esplicitamente le intensità del lume, del calore e fin dei colori nei corpi (42). Di qui capirete il perchè egli non rifiniva di ripetere essere immenso il numero delle applicazioni che poteansi far del suo metodo, e che geometri di lui più fortunati avrebbero poi spaziato nel campo ch'egli compiacevasi di aver loro dischiuso (43). Ciò potè dire, perchè sentiva in fondo all'animo d'aver côlto nei recessi dell'infinito que' principj, che, pochi e semplici, pur sono quelli che di lì muovono, e diffondendosi poi pel gran mare dell'essere, producono innumerabili forme, connettono innumerabili leggi, e sostengono l'armonia del sensibile universo.

Ed eccovi, o Signori, per quanto fu a me possibile ritrarvelo, il miracolo di quell'ingegno ch'oggi abbiamo preso a soggetto di encomj e festeggiamenti. — Ma perchè dunque, potrà qui taluno osservare, se fu sì grande questo Geometra lombardo, non ne corre il nome sulle bocche di tutti, come pur vi corrono quelli de' principali filosofi cui devesi l'ampliamento delle scienze? Io già v'indicai quanto basta alla spiegazione di sì fatto enigma. Le minori scoperte del Cavalieri furono come ecclissate da quella massima di cui abbiamo fin qui ragionato, e questa alla

sua volta venne in certo modo assorbita dalle opere maggiori che sopraggiunsero, alle quali essa avea dato origine. Se però di presente la geometria degli indivisibili non sarebbe libro opportuno per chi non si studia che di affrettare una copiosa raccolta di cognizioni (potendosi egli a tal uopo giovare di mezzi spesso più pronti e più efficaci), deliziosa ed utile ne troverà anche oggidì la lettura chi nelle opere dei grandi maestri, oltre la somma delle verità, cerca altresì una rivelazione segreta della potenza e dell'arte messe in uso per ritrovarle. — Nè qui finisce quanto di straordinario può notarsi intorno alla rinomanza di quest'uomo. Lento per lo più è il progresso con cui anche i migliori ingegni vengono in voce di sapienti: il loro merito rade volte è ben compreso dai contemporanei: ed una stima trionfatrice d'ogni malevolenza è corona che d'ordinario non si deposita se non sopra una tomba da molt'anni serrata. Però, rispetto al Cavalieri, la cosa procedette per via di eccezione. Forse in anticipata ammenda di quel manco di celebrità, cui per le indicate circostanze doveva poscia andar soggetto, egli godette vivente del maggiore fra gli umani compensi possa un uomo di scienze desiderare. Il suo libro corse rapidamente per tutta Europa: i migliori geometri presero a studiarlo, a farne uso nelle loro ricerche, e i più a comunicarne eziandio coll'Autore. Era fra loro un darsi moto, un chiedere, un rispondere, come quando una grande novità viene a scuotere gli uomini, e a toglierli dai consueti loro andamenti. Noterò in Italia il Torricelli, il Viviani, il Rocca, il De Angeli, il Nardi; in Francia il Niceron, il Beaugrand, il Mersenne, il Bouillaud; il Wallis con altri in Inghilterra;

lo Schooten in Olanda, e in Germania taluno di que' medesimi che appartenevano alla scuola del Guldino (44). Mentre s'affollavano da tutte parti i nuovi trovati, mentre la scienza già conosciuta ritraevasi, quasi vecchio arnese, davanti allo sfoggio della nuova geometria, il Cavalieri era ancor vivo, ed assisteva a questa gara d'ingegni, come ad un convito, a una festa. Sicchè venuto poi allo scorcio de' giorni, potè riuscirgli più placida la sua dipartita, scrivendo egli che omai v'era chi sapea maneggiare gl'indivisibili meglio di lui (45).

Le quali parole ci fanno conoscere non aver avuto quest'uomo, che sapea tanto, consapevolezza della propria superiorità: il che mi conduce spontaneamente a delinearvi altresì qualche tratto del suo carattere morale. Egli, la cui mente fu sì privilegiata, aveva anche l'animo adorno delle più care virtù: di virtù intendo, non accademiche o stoiche, ma portate a quella perfezione della quale avea indossate le divise. Presentandovi ora il Cavalieri sotto quest'altro aspetto, sento che solo per esso il suo elogio diviene compiuto. E veramente, che è mai la scienza se scompagnisi da virtù? una gemma caduta nel fango, dove perde le attrattive di sua bellezza (46). — Le lettere di lui agli amici, che ci furono conservate, nelle quali egli tutto versava il suo animo, ce lo mostrano facile lodatore del merito altrui, ostentatore del proprio non mai. Vi si riscontra, insieme col candore e l'urbanità, quella franchezza che toglie ogni orpello all'errore (47), e se ne può inferire che il basso sentire di sè e la moderazione cogli altri era in lui conseguenza di un dominio acquistato a forza d'atti virtuosi, non già effetto di pusillanimità o di una

naturale freddezza. Della sua modestia havvi in Fontenelle questo bel detto (48), sembrare ch'egli chiegga perdono ai geometri d'avere messa in maggior lume la loro scienza e d'averne ampliata l'estensione. Ammirabile singolarmente il modo col quale si condusse nelle dispute scientifiche. Difendendosi dal Guldino, usò di molti riguardi: appena la frase riusciva alquanto vivace, s'affrettava a temperarla con parole di rispetto: e vi appalesò per soprappiù la generosità del vincitore che porge la mano al vinto. Imperocchè il geometra svizzero, impugnatore degli indivisibili, aveva, come tutti sanno, pubblicato un famoso teorema che da lui prese il nome. Però quel teorema era stato piuttosto indovinato che dimostrato, conchiuso soltanto da illazioni e confortato di prove posteriori. Cavalieri vi applicò il proprio metodo (49), sperando giungere per questa via ad amicarsi il suo emulo: così si ebbe la prima diretta dimostrazione del teorema guldiniano. Ecco il modo di contendere fra i dotti, che fa progredire le scienze. Guldino guadagnovvi la vera dimostrazione del suo teorema; Cavalieri, una delle più belle applicazioni della sua geometria. Le quali cose considerando, mi tornano in mente quegli eroi d'Omero, che dopo aver combattuto a lungo fra loro, s'accommiatavano portando ciascuno in parte l'armatura dell'avversario.

Riassumendo, vi porrò innanzi il Cavalieri siccome uno di quegli uomini che fanno crescere in onore quanto ad essi appartiene. Onorò la sua famiglia, che quantunque abbia dato alla patria altri uomini benemeriti, riguarda pur sempre lui come il maggior de' suoi vanti (50). Onorò il suo Ordine religioso, nelle cui case occupò primarie ca-

riche, e fu l'amore de'suoi confratelli beati del suo mite governo (51). Onorò la cattedra dello studio di Bologna, che tenne per 18 anni, dedicandovisi con zelo indefesso, sino a farvisi trasportare quando più non potea reggersi sulla persona (52). Onorò il sacerdozio, adempiendone i doveri con quel contegno dolce insieme e venerabile che gli ebbero procurato l'illibatezza de'suoi costumi e l'abitudine de' pensieri gravi e benevoli. La diuturna infermità che il trasse al sepolcro, non mai crollò la lunganime sua pazienza, nè mai spense sulle sue labbra il sacro inno di benedizione (53): che anzi di mezzo ai suoi dolori seppe egli trovare per altri parole di religioso conforto (54). Così la sua vita si consumò come un olocausto davanti al Supremo degli esseri che in lui avea fatto risplendere più viva l'impronta di sua rassomiglianza (55).

Che poi quest'uomo abbia grandemente onorato la patria e la nazione, ciò non deve or più essere un'asserzione sulle mie labbra, ma una persuasione in chi m'ascolta. Voglio sperare che sia, e che ognuno senta ora dentro di sè vivamente, doveroso, se altro mai, essere quel tributo di estimazione e di plauso che, non senza pompa, rende oggi Milano alla memoria di Bonaventura Cavalieri. Quanto a me, riflettendo che l'inaugurazione del monumento si compie nel cospetto di tanto senno d'Italia, e che prima d'ora una sì solenne occasione non sarebbesi presentata, quasi più non mi dolgo di sua troppa tardanza. Reputo poi che questa stessa tardanza contenga un'utile lezione la quale non andrà perduta, io spero, principalmente pe' giovani studiosi. Essa infatti c'insegna come il vero merito abbia in sè quel principio di durevolezza che tien

fermo in mezzo alle umane vicende. Può restare per qualche età occulto a parecchi o dimenticato: ma rinnovellati gli uomini, quando il tempo tra le sue devastazioni ha di già fatto cadere molte false glorie, e rovesciati molti argomenti dell' uman fasto, esso emerge alla perfine d'infra quelle macerie, e viene lento a collocarsi sopra una sede di dove nulla più vale a smuoverlo.

E quanto all' I. R. Istituto di scienze, lettere ed arti, voi, o Signori, giudicherete che ben gli era dicevole il farsi promotore dell' odierna solennità, e il riserbarsi le lodi del grand'uomo, qualunque sia poi stata la voce scelta per compiere sì grato ufficio. — Corrono tempi nei quali vediamo le più colte nazioni d'Europa volgere quella attività, cui già proponevansi altri fini; a cercare migliori conquiste coll' allargar la provincia delle utili cognizioni. Una tale tendenza si pronuncia sempre più, e si rinforza mercè la saggezza de'Governi, le cure de' Municipj e l'opportunità di recenti istituzioni. A che altro mirano infatti queste annuali radunanze, che passando di città in città, vi rialzano il concetto delle buone discipline, ne accendono l' amore e ravviano gli spiriti a tenere in maggior pregio quanto v'ha nell' uomo di più nobile, la ragione? Dell' interior sentimento poi suol essere un' espressione l' esaltare coloro che prima di noi s' adoprarono a tutt' uomo per conseguire l'oggetto medesimo de' nostri voti e de' nostri sforzi. Siccome pertanto nelle scorse età, mentre a diversa meta erano indiritti i pensieri, celebravansi fra i popoli nomi altrimenti famosi: e adesso convien porre in alto quelli dei più chiari maestri nelle scienze che ajutano il bene sociale. Il perchè noi scegliemmo Colui che in questa contrada fu il

più grande antesignano de' nostri studj, e fattici di tanta gloria scientifica quasi una nostra impresa, ci sentimmo più incoraggiati per venire a prender posto innanzi all'universale rappresentanza del sapere italiano.

NOTE

—

POSTILLE MATEMATICHE

ECC. ECC.

NOTE

(1)

Il lettore troverà nelle seguenti Note argomenti bastanti a convincersi che questa asserzione non è ardita, come può parere a prima giunta. Veggansi in particolare le testimonianze del Torricelli nelle Note (6), (44).

(2)

Riserbo ad altro luogo alcune notizie che ho potuto raccogliere intorno alla famiglia del nostro Matematico: qui, parlando de' suoi primi anni, a quanto ce ne dice il Daviso posso aggiungere essersi trovati negli Atti del nostro Archivio Arcivescovile documenti dai quali veniamo a sapere ch' egli fu promosso a tutti gli ordini minori il 20 Settembre 1615, e al Diaconato il 5 Giugno 1621, dal Cardinale Arcivescovo Federigo Borromeo. A queste memorie vanno uniti gli attestati che provano la sua nascita da onorati genitori, e le pregevoli doti che già ornavano la sua prima giovinezza. Uno di essi, diretto a lui in forma di licenza per conseguire gli ordini maggiori, del P. Bartolomeo da Ferrara visitatore generale dell' Ordine, incomincia: « Nos certiores facti te ea morum integritate, ac tali litterarum et scientiarum peritia instructum, etc. ».

Dal primo dei ricordati documenti appare ch' egli era già religioso Gesuato l'anno 1615, cioè in età d'anni 17, il che s'accorda con quanto ne fa sapere il Ghilini, essere egli stato ammesso da giovinetto nella società di quell'Ordine. E vuole il Daviso che la prossimità dell' abitazione di lui al convento di S. Gerolamo, e il frequente conversare con que' Padri sia stato uno de' motivi

determinanti la domanda del primo, e la buona accoglienza de' secondi. Lo stesso biografo ci narra che Bonaventura da giovinetto fece gran profitto negli studii di belle lettere, e che avendo vivacità d'ingegno moltissima, godeva principalmente della lettura de' poeti, dei quali mandò a memoria quanto scrissero di meglio, e ne fece tal conserva che gli valse per aver pronte maniere di dire sempre colte in tutto ciò ch'ebbe a scrivere di poi. Dell' essere egli stato fino dagli anni infantili molto pio e religioso, oltre che lo accennano i biografi, ne abbiamo una prova nella particolare affezione che a lui pose il Cardinale Federigo Borromeo, quasi di padre a figlio. Il che già sapevasi, ma riesce ora vieppiù assicurato per mezzo di due lettere inedite del Cavalieri allo stesso Cardinale ritrovate di recente, l'una nella nostra Biblioteca Ambrosiana, l'altra nell'Archivio Storico Borromeo. Darò più tardi per esteso la seconda riprodotta in *fac-simile* (*a*): della prima, scritta dal Cavalieri in età di 19 anni, reco questo brano (*b*). « Vengo a farle umilissima riverenza, ed insieme con » ogni affetto di cuore a ringraziarla della benigna volontà che dimostra verso » di me, mentre con sì pungenti sproni, quali mi sembrano le sue parole, anzi » pur cenni, fa che io affretti il passo nella via delle virtù, il che parer ben » faticoso mi potrebbe, quando io non havessi sì potenti mezzi, quali sono, e » la bellezza e bontà propria di esse scienze e virtù, e il sapere che cotesto » mio studio a V. S. Illus.ma aggradisce; ciò mi rende facile ogni difficoltà, e » soave ogni fatica: può adunque assicurarsi che et in ogni altro modo a me » possibile, siccome in questo, desidero soddisfarla, purchè si voglia degnare » di comandarmi . . . . ».

Che poi il sullodato Cardinale Arcivescovo si tenesse cara la compagnia del Cavalieri, e per goderne più familiarmente lo conducesse anche seco in villa, è fatto narratoci dal Picinelli e dall'Argelati.

(3)

Alcuni, tra' quali un celebre scrittore vivente, vollero fare del Cavalieri un Gesuita piuttosto che un Gesuato. Se a togliere di mezzo questo equivoco,

(*a*) Debbo la comunicazione della lettera, e la permissione di trarne il *fac-simile*, alla gentilezza di Sua Ecc. il signor Conte Vitaliano Borromeo, Consigliere intimo di S. M. I. R. Ap., ec.

(*b*) Di quest'altra sono debitore all'egregio collega Ab. Bartolomeo Catena, Prefetto della Biblioteca Ambrosiana.

vi fosse ancora mancanza di prove, direi che essendomi stato concesso di consultare (a) nell'Archivio di S. Spirito le antiche carte relative a congregazioni religiose, trovai in un atto capitolare dei PP. Gesuati di S. Gerolamo in Milano, di quel torno di tempo, in linea con altri nomi anche quello del P. Bonaventura da Milano. Ma a che nuovi argomenti, quando sul frontispizio delle principali opere del Cavalieri non è mai ommessa la qualificazione di Gesuato dell'Ordine di S. Gerolamo e, voltata qualche pagina, vi si trova sempre la permissione per la stampa del libro data all'Autore, come ad individuo di quella religiosa famiglia, dal P. Generale dell'Ordine de' Gesuati?

(4)

Di questa cattedra monastica di Teologia parla il Ghilini, scrittore contemporaneo, ne' seguenti termini: « Lesse in quel monastero (di Milano) due » anni Teologia con gran meraviglia di tutti, per non avere ancora veduto » altri che nell'età di anni 21 abbia con maniera così facile spiegato quella co- » tanto alta e profonda scienza; nel qual tempo attendeva similmente con gran » sollecitudine allo studio di Matematica, che da lui fu sempre più d'ogni al- » tro gradito ». (Teatro d'uomini letterati. — Venezia 1647, pag. 34). Altri biografi ne parlarono, e il Fabroni nella sua vita del Cavalieri, fra quelle di che è composta la bell'opera: *Vitæ Italorum Doctrina excellentium*, dopo aver detto del molto applicarsi che quegli fece da prima alla scienza teologica; aggiunge: « Hanc quoque Mediolani vel ab adolescentia ipsum docuisse, » magnamque ingenii famam in illis publicis disputationibus collegisse, scriptum » invenio. Sed ab eo tempore delegerat jam disciplinam suo accommodatam in- » genio, in qua potissimum elaboraret. Intelligebat enim, cum celebriorum geo- » metrarum scripta pervolutasset, seque ipse prospexisset totumque tentasset, » posse aliquid promere, quo illa scientia perfectior evaderet ».

Dai passi riferiti apparirebbe che il Cavalieri, anche durante la sua dimora in Milano e il suo insegnamento teologico, coltivasse in segreto gli studii di matematica. Abbracciò tale opinione anche il Frisi, il quale dell'infervorarsi che fece il giovine religioso in ricerche di geometria assegna per causa il bisogno di trovare in una forte occupazione un alleviamento ai dolori della

(a) Dal compitissimo signor Gioachino Civelli, Archivista.

podagra, venuta ben presto ad assalirlo senza abbandonarlo più mai per tutta la vita: avendo egli dovuto accorgersi che contro un tal male l'arte umana non sapea suggerirgli il rimedio. Però relativamente alla prima educazione matematica del Cavalieri vi ha chi tenne un diverso avviso, siccome riferirò nella Nota seguente.

(5)

Narra Urbano Daviso che mandato il P. Bonaventura di 23 anni al convento di S. Gerolamo di Pisa, vi ebbe dal P. Benedetto Castelli Benedettino il consiglio di applicarsi allo studio della Geometria, come a mezzo per distogliersi dalla malinconia in cui era caduto in conseguenza della cangiata dimora: ch'ei gli diede ascolto, e in pochissimi giorni scorse gli Elementi di Euclide colla facilità non di chi impara, ma di chi ricorda cose già sapute: che subito dopo si pose a studiare da solo Archimede, Pappo, Apollonio, e tutti gli antichi; talchè meravigliato il Castelli di sì rapido profitto, presentò il portentoso giovine al Galileo, il quale se gli affezionò più che non a verun altro de'suoi alunni. Confesso ch'io mi sentiva di preferenza inclinato a tener per vera l'opinione espressa nella Nota precedente, ma una lettera inedita del Galileo, recentemente comunicatami, venendo in appoggio della narrazione del Daviso, non parmi ora più lecito dubitarne. Il lettore ritroverà tal lettera nella seguente Nota (7), di dove non volli toglierla perchè vi sta in relazione con altre.

Da Pisa passò il Cavalieri al convento di S. Benedetto di Parma. In Pisa erasi fatto matematico, in Parma divenne autore: giacchè il libro dello specchio ustorio, e quello più mirabile della geometria degli indivisibili, quantunque pubblicati di poi in Bologna, furono, almeno nel primo getto, lavoro di quell'epoca. Da Parma il Cavalieri recossi a Bologna, ove stette fino alla morte. Per mezzo di questa storia presentemente bene accertata, riesce anche più meraviglioso che il Cavalieri, il quale di 23 anni sarebbe stato ancora digiuno di geometria, abbia potuto, in meno di sei anni, giugnere a tale da farsi autore di un'opera qual è la seconda delle surriferite.

La questione di cui qui si tratta è quella che si riferisce all'infinito matematico: e se sia vero che di tali infiniti possa dirsi essere uno non solo maggiore ma anche multiplo di un altro. Come vedesse il Galileo in questo argomento, risulta principalmente dai seguenti passi: « Qui nasce subito il dubbio, che mi pare insolu-
» bile, ed è, che sendo noi sicuri trovarsi linee una maggiore dell'altra, tutta-
» volta che amendue contengano punti infiniti, bisogna confessare trovarsi nel
» medesimo genere una cosa maggiore dell' infinito: perchè l'infinità dei punti
» della linea maggiore eccederà l'infinità dei punti della minore. Ora questo
» darsi un infinito maggior dell'infinito, mi par concetto da non poter essere
» capito in verun modo. — Queste sono di quelle difficoltà che derivano dal dis-
» correre che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno agli infiniti;
» dandogli quegli attributi che noi diamo alle cose finite e terminate; il che
» penso che sia inconveniente, perchè stimo che questi attributi di maggio-
» ranza, minorità ed egualità non convengano agli infiniti, de'quali non si può
» dire uno essere maggiore o minore o eguale all'altro ». (Galileo, Dialogo I.° intorno alle Scienze nuove: ediz.^{c} di Padova del 1744, pag. 20.) « E queste
» sono delle meraviglie che superano la capacità della nostra immaginazione,
» e che doveriano farci accorti quanto gravemente si erri mentre altri voglia
» discorrere intorno agli infiniti con quei medesimi attributi che noi usiamo
» intorno ai finiti, le nature dei quali non hanno veruna convenienza tra loro »:
(Ivi, pag. 24.)

La stessa sentenza traspare da varie altre frasi del citato dialogo, dove principalmente il Galileo mira a dimostrare come si sformino i rapporti passando dal finito all'infinito, e adduce tra gli altri due bellissimi esempii geometrici.

Che il Torricelli in tale quistione la pensasse come il nostro geometra, appare assai chiaro da un luogo della terza delle sue Lezioni Accademiche, dove essendo egli pure venuto al punto di dover ammettere necessariamente un infinito maggiore di un altro, dice: « Qui bisogna che io rimetta questa causa al
» foro del meraviglioso Fra Bonaventura Cavalieri, appresso al quale non solo
» non è assurdo che un infinito sia maggiore di un altro, ma è necessario. Che
» tutte le linee di un parallelogrammo a tutte le linee di un parallelogrammo
» minore, abbiano la medesima proporzione che il parallelogrammo al paralle-

» logrammo, benchè sono infinite; e che tutti i cerchi di un cilindro maggiore,
» a tutti i cerchi di un cilindro minore sieno come il cilindro al cilindro, ben-
» chè sono infiniti, appresso di lui sono verità che vanno fra i principii della
» sua dottrina. La nuova geometria degli indivisibili va per le mani dei dotti
» come miracolo di scienza; e per essa ha imparato il mondo, che i secoli d'Ar-
» chimede e d'Euclide furono gli anni della infanzia per la scienza della no-
» stra adulta geometria ».

Guldino, il più valente tra gli oppositori del Cavalieri, come si disse nel-l'elogio, si fa forte dei citati passi del Galileo, scrivendo: « Galileus profecto in
» eodem dialogo de motu locali disputans de infinito, de proprietatibus fini-
» torum, quas infinitis applicare minime liceat, contra ipsum concludit ». (Vedi Cavalieri: Exercitationes Geometricæ. Bononiæ, 1647, pag. 180.)

Cavalieri cominciò a schermirsi da questa obbiezione, scrivendo: « In mathe-
» matica schola lege vetitum est jurare in verba magistri, ita ut illius alumni,
» puram ac sinceram veritatem respicientes, ingenue jactare soleant: Amicus
» Plato, sed magis amica veritas. Quapropter nec ipse tenear quascumque Ga-
» lileus in suis dialogis de motu locali protulit conclusiones (quarum non pau-
» cas solummodo tanquam probabiles lectori proponere intendit) mordicus tueri.
» Attamen ne debita erga tantum præceptorem per me videatur intermissa re-
» verentia, æquo lectori considerandum propono Galileum loco supracitato hæc
» duo sustinere: nempe continuum ex indivisibilibus componi, et subinde li-
» neam ex punctis, iisque numero infinitis; lineamque dari altera majorem, ut
» dictum dialogum perlustranti manifestum erit. Concedit ergo aliquam infini-
» torum congeriem altera majorem esse posse, quod non adversatur, sed favet
» propositioni meæ. Ne ergo admittatur hic in eodem Galileo expressa contra-
» dictio, forte non incongrue dici potest, in eo loco in quo ait proprietates fi-
» nitorum non esse infinitis applicabiles, in alio sensu de infinito locutum
» fuisse, utpote hæc de infinito simpliciter vel in ratione totius, ut dicunt phi-
» losophi, subintellexisse, cum ei nihil addi possit; ubi infinitis linearum pun-
» ctis, quamvis infinitis, cum non sint infinita simpliciter, potest tamen jugi-
» ter fieri additio, ut per se patet ». (Op. cit., pag. 181.)

Non è però che il Cavalieri non avesse presentita tutta la forza dell'obbie-zione di Galileo e di Guldino; pare anzi che in qualche momento se ne desse grave pensiero. Ciò rilevasi in ispecial modo dal seguente passo della prefazione al libro VII della sua Geometria: « Haud quidem me latet circa continui com-

» positionem, nec non circa infinitum, plurima a philosophis disputari quæ meis » principiis obesse non paucis fortasse videbuntur, propterea nempe hæsitan- » tes quod omnium linearum, seu omnium planorum conceptus, cimeriis veluti » obscurior tenebris, inapprehensibilis videatur; vel quod in continui ex indi- » visibilibus compositionem mea sententia prolabatur: vel tandem quod unum » infinitum alio majus dari posse pro firmissimo geometriæ sternere auserim » fundamento, circa quæ millibus, quæ passim in scholis circumferuntur ar- » gumentis, ne Achillea quidem arma resistere posse existimantur ».

Nondimeno, sia che il lungo esperimento della bontà del suo metodo gli avesse procacciata quella sicurezza di cui forse mancava in sul principio, sia che nell'intervallo tra l'una e l'altra opera sugli indivisibili gli fosse riuscito di trovar le armi di Achille, il fatto è che venuto al paragone col suo avversario, seppe difendere la propria causa con tal pienezza di argomentazione da non lasciar più luogo a ragionevole replica. La proposizione prima del libro secondo della Geometria degli indivisibili, quella che in sostanza, per chi ben vi medita, contiene presso che tutto il calcolo integrale, stava espressa in questi termini: « Quarumlibet planarum figurarum omnes lineæ recti transitus, et qua- » rumlibet solidarum omnia plana, sunt magnitudines inter se rationem ha- » bentes ». A questa obbietta il Guldino colla sua solita insistenza: « Hæc pro- » positio absolute negatur, et hoc oppono argumentum. Omnes lineæ et omnia » plana, unius et alterius figuræ sunt infinitæ et infinita, sed infiniti ad infi- » nitum nulla est proportio, sive ratio: ergo. Tam major quam minor clara est » apud omnes Geometras, ut pluribus verbis non indigeat; ergo conclusio Ca- » valerianæ propositionis falsa est ». (Exercit. Geom. pag. 201.)

Or ecco come risponde il Cavalieri, dissipando nello stesso tempo i dubbii già promossi dal Galileo: « Ad hanc difficultatem enodandam, concedo infiniti ad » infinitum nullam esse proportionem, si loquamur de infinito simpliciter et » undequaque: at de illis infinitis, quæ non sunt undequaque infinita, sed se- » cundum quid finitatis subeunt rationem, dico posse comparari ea ratione qua » finitatem sortuntiur, cum ex ea parte illis possit fieri additio et subtractio, » quod non contingit in infinito simpliciter. Modo omnes lineæ et omnia plana » jam dicta sunt de genere infinitorum secundum quid, etsi enim quoad nu- » merum sint infinita, quoad magnitudinem tamen, cum singulæ lineæ et sin- » gula plana finita sint, omniumque aggregata undequaque limitibus circum- » septa, quapropter clare intellectus agnoscat illis posse fieri additionem et

» subtractionem, qualiscumque sit numerus indivisibilium, quæ addi vel sub-
» trahi concipiuntur, ideo hæc poterunt invicem comparari. Hoc ergo in dicta
» propositione prima probatum est, dum res ad hujus axiomatis evidentiam re-
» ducta fuit, nempe: totum est majus sua parte. Esse enim hæc infinitarum li-
» nearum vel planorum aggregata, non in spatio infinito, sed finito, cum illud
» undequaque limitibus claudatur (quod forte nulli alteri infinitorum generi
» convenit) efficit ut mens sine hæsitatione in his totum et partem distinguat,
» quidquid sit de illis infinitis, quæ non undequaque sunt limitibus circum-
» scripta, et in quibus idcirco rationem totius et partis non tam clare distin-
» guere possumus... Hic enim perinde fit ac apud Algebricos qui nescientes quæ
» sit, quam dicunt radicem latus aut cossam, seu quales ineffabiles radices, ta-
» men easdem multiplicantes, dividentes etc., denique in quæsiti inventionem
» quasi per has obscuras ambages manuducuntur ». (Op. cit., pag. 202.) In molti
altri luoghi della seconda sua opera sugli indivisibili, il nostro autore rafferma
gli stessi principii; ma questo, che recai, parmi il passo più solenne e compiuto.

Che più tardi il Galileo siasi poi anch'egli avvicinato a tale sentenza, rendesi
manifesto per quest'altro nobilissimo passo ove si contiene una dottrina non
ancora meditata quanto meriterebbe: « Le parti quante nella linea terminata o
» sono finite o infinite; finite no, perchè la divisione non si estenderebbe in
» infinito: infinite no, perchè la linea proposta sarebbe stata infinita in lun-
» ghezza. Dico nè essere infinite nè finite, ma essere tante che rispondono ad
» ogni numero, e rispondendo ad ogni numero non sono infinite, perchè nessun
» numero è infinito; nè meno sono finite, cioè determinate da qualche numero,
» perchè d'ogni numero determinato ce ne sono altri maggiori. La fallacia è nel
» distinguere dicendo, o sono finite o infinite: perchè il finito e l'infinito sono
» differenti di genere; ed in questa guisa non è buona divisione, l'avorio o è
» giallo o è dolce, potendo essere nè giallo nè dolce. Dirà alcuno: io divido la
» linea in due parti quante, poi in quarti, poi in 100, nè mai arrivo al fine
» della divisione; adunque nella linea è l'infinito de' quanti. S'inganna questo
» nel suo discorso, perchè non meno dista dall'infinito il 1000 che il 100, o
» che il 20, o che il 4; e dal 4 al 20, poi al 100 ed al 1000, ec. non si cammina
» verso la infinità; onde questa inquisizione non ci può accertare se vi sia l'in-
» finito o no; siccome quello che partendo da Venezia naviga sempre verso
» mezzogiorno non trovando mai Costantinopoli, non può dire, Costantinopoli
» è lontana da Venezia in infinito, potendo essere ovvero che Costantinopoli

» non sia in natura, ovvero che quella strada non vada in quel verso: ma po-
» tria ben dire tal distanza essere infinita, quando, andando a quella volta dove
» fosse Costantinopoli, fosse impossibile l' arrivarvi mai. Concludo adunque, che
» la via della divisione e suddivisione non camminando verso l' infinito, non
» ci serve niente per concludere se vi sia o no. Puossi continuar sempre la di-
» visione, senza che mai le parti sieno infinite, ma sempre contenute da qual-
» che numero del quale non ve ne sia un altro maggiore, nè vi è numero che
» sia infinito. — Quello che risponde a tutti i numeri non è di necessità infi-
» nito, perchè non vi è numero alcuno infinito, e quello che è determinato
» da qualche numero non risponde a tutti i numeri, perchè nessun numero
» include tutti i numeri. Adunque quello che è determinato da qualche nu-
» mero è altro che quello che risponde a tutti i numeri: e quello che risponde
» a tutti i numeri è altro che l' infinito. Adunque abbiamo tre cose differenti,
» cioè, quello che è determinato da qualche numero, quello che risponde a tutti
» i numeri, e l' infinito. Chi dunque dirà che le parti del continuo sono tante
» che rispondono ad ogni numero, dirà bene ». (Galileo, Pensieri varii, N.° 18.)

Ora di queste tre cose quella di mezzo, dapprima non avvertita dal Galileo, colla quale si schivano tutti gli assurdi e si sciolgono tutte le difficoltà, è appunto l'infinito matematico del Cavalieri: di tali infiniti uno può essere maggiore, anzi multiplo dell' altro. L' aver il nostro autore tratto fuori questo concetto di mezzo alle astruse questioni dei metafisici, e fermatolo con sicurezza, è, a parer mio, uno dei maggiori argomenti che provano la straordinaria potenza della sua mente. Io non credei opera perduta il trattenermi qui ad esporre con qualche estensione la controversia da cui emerse un' idea presentemente familiare a tutti i geometri, giacchè l'infinito di Cavalieri è quello di tutti i valori che prende una variabile fra i limiti di un integrale definito (*a*).

(7)

Delle testimonianze rese dal Galileo al Matematico milanese, ve ne ha alcune assai note, perchè si trovano nelle opere edite del primo, e furono all'uopo da varii riprodotte. Tale quella quando il chiamò *uno de' primi matematici dell' età sua* (Dialogo I sulle Scienze Nuove, pag. 26, ediz. di Padova); e l'altra con cui

(*a*) Per una apologia del Cavalieri contro chi volle attribuire al Galileo il pensiero della stessa geometria degli indivisibili, veggasi la seconda parte della Nota (47).

venne a qualificarlo *un secondo Archimede* (Lettera al Micanzio del 26 Luglio 1636); ed anche quella per la quale il denominò *un ingegno veramente mirabile.* (Lettera al suddetto del 16 Agosto 1636.) (T. II, pag. 551.)

Ma altre che riescono più interessanti, perchè, diffuse in maggior spazio, lasciano pienamente scorgere qual fosse la mente di Galileo nel formare gli anzidetti giudizii, trovansi nella corrispondenza di lui tuttora inedita. Il ch. sig.[r] D.[r] Silvestro Gherardi, Prof.[e] nella Pontificia Università di Bologna, si tolse, sono pochi mesi, di recarsi a Firenze a prender copia di tutta quella parte di detta corrispondenza che si riferisce al Cavalieri (*a*). Egli si propone di pubblicarla in un'opera di maggior lena cui sta lavorando: frattanto avendomene, per tratto di singolar gentilezza, anticipata la notizia, contribuì grandemente ad illustrar queste Note: giacchè le lodi del Cavalieri in bocca del Galileo acquistano tal valore qual non potrebbero a gran pezza ricevere altrimenti.

La parte più importante dei ricordati manoscritti contiene la storia di quanto precedette il conferimento al Cavalieri della Cattedra di Bologna; ne darò qui un sunto, e quantunque volendone riferire il meglio, questa Nota abbia ad andare un po' in lungo, credo che il lettore me ne saprà buon grado, non vedendovi io soltanto il vantaggio di far sempre più conoscere l'uomo di cui presi a scrivere, ma quello altresì di render noti alcuni nobilissimi pensamenti del Galileo, e l'altro di fornire una prova del pericolo che si corre nel pronunciare sul merito d'uno scienziato, e come in tal bisogna giovi meglio d'ogni altro mezzo il deferire al giudizio degli intelligenti.

Vi hanno sul principio cinque lettere del Cavalieri al Galileo: ne produrrò nelle Note seguenti qualcuna per intero e qualche frammento delle altre: il tenore di tutte è quello di raccomandarsi per ottenere la Cattedra di Bologna. Chi trattò l'affare presso i Senatori di Bologna fu certo sig.[r] Cesare Marsili, il quale in una sua lettera al Galileo (10 Aprile 1629), di cui toccherò qui dopo, si dà per officialmente incaricato di cercar persona idonea a detta Cattedra. A lui infatti tanto il Galileo quanto il Cavalieri indirizzarono tutto che scrissero in proposito, ed egli figurò in questo negozio non solo come mediatore, ma anche

(*a*) Delle lettere furono estratte dalla nota raccolta di mss. che appartenne al Senatore Nelli, de' quali da molti anni il Granduca di Toscana ha fregiata la sua Biblioteca Palatina di Firenze. Il Gherardi protesta le obbligazioni ch' egli ha in proposito all'esimio sig.[r] Comm.[e] Antinori, cui è familiarissimo tutto ciò che appartiene al Galileo e alla sua scuola.

come relatore presso la magistratura bolognese. Ecco qual fu la commendatizia di Galileo:

(a) *Capitolo di lettera scritta dall'Eccell.mo Sign. Galileo Galilei al Sign. Cesare Marsilj. Di Firenze li 10 Marzo 1629.*

« Il m.° R.do f. Bonaventura Cavallieri Giesuato, il quale per honorarmi dice » haver ricevuto da me qualche ajuto nel principio de' suoi studj Mathematici, » sento che ricerca la lettura di tal facoltà in cotesta Università, e questo per » poter con maggior libertà proseguire tale studio, nel quale egli si sente ha- » ver talento, e genio mirabile. Io, se il giuditio mio può comprendere il vero, » e l' attestation mia trovar credito alcuno, ingenuamente stimo, pochi, da Ar- » chimede in quà, e forse niuno essersi tanto internato e profondato nell' in- » telligenza della Geometria, si come da alcune opere sue comprendo: e per » essere questa parte a lui, difficile e quella sopra la quale tutte le altre ma- » thematiche si appoggiano, non ho dubbio alcuno ch' egli nelle altre, assai più » facili di questa, non sia per far passate mirabili; ne ho voluto dar conto a » V. S. supponendo ch' ella sia per favorirlo, per entrare a parte nell' honore » ch' io son sicuro che Egli arrecherà a cotesta Cathedra, qualvolta succeda che » sia fatta elettione della persona sua ».

Vi ha in questa lettera un' espressione anfibologica, dove si dice: *questa parte a lui, difficile*, ec. Rilevasi però chiaramente dal contesto (e anche dalla virgola fra *lui* e *difficile*) che il senso è il seguente: per essere questa parte della Geometria, che è la più difficile delle Matematiche, tutta propria del Cavalieri, ec.

Quel signor Marsili doveva essere un valent' uomo, ma di carattere diffidente, e di difficile contentatura, cioè di coloro i quali avendo in mano una prova che val come mille, non si sentono ancora il coraggio di abbandonarvisi, ma si danno attorno per procurarsene di quelle che, anche a venirne a capo, non varrebbero che come uno o due. Che cosa infatti potevasi desiderare di più dopo un' attestazione si ampia quale è quella che ora recammo? Eppure il Marsili, nella sua lettera al Galileo sopra citata, dà segno di non esserne al tutto soddisfatto; ecco le sue parole: « Mi spiace solo ch' ella non dichi aper-

(a) Questo prezioso documento fu trovato dal Gherardi non insieme alle altre lettere riportate in questa Nota, ma rovistando vecchie carte contenenti parte degli Atti dell'antico Senato di Bologna: sta in detto luogo come qui vedesi trascritto.

» tamente che almeno per qualche poco di tempo sia stato suo allievo; e se con
» un'altra sua diretta a me che gli chieggo come sta questo fatto, si dichiarasse,
» avrei che fosse molto giovevole al Padre ». Le ubbie del Marsili si fanno ancora più manifeste in ciò, che sapendo come lo stesso Granduca di Toscana stava per aiutare con lettera di proprio pugno la nomina del Cavalieri, si adombra appunto di tale raccomandazione, e aggiunge: « Sebbene io non so come
» il Granduca abbi campo di raccomandare soggetti ad altri, mentre egli ne
» ha bisogno per lui, se è però vero che ne abbi bisogno in Pisa o in Siena:
» sicchè quando la lettera non dicesse che egli lo piglierebbe per uno de' suoi
» studj, se il Padre non avesse o per l'aria, o per qualche altra difficoltà vo-
» lontà d'andarvi, io non credo che fosse niente giovevole; o forse il Gran-
» duca, mentre non fossero piene le cattedre, non esprimerebbe questo in
» sua lettera? quando poi fossero piene, crederei potesse dire, che se le catte-
» dre non fossero piene, egli lo piglierebbe volentieri per sè, et in questo caso
» lo supplicherei della lettera, ma però diretta a me a sigillo volante, acciò po-
» tessi parlare con questi signori in conformità dello scritto ».

Intanto dalla commendatizia del Galileo, e dal primo dei recati brani della lettera del Marsili vengo sempre più a raffermarmi nella mia opinione che il Cavalieri non sia stato veramente discepolo del Galileo nel senso stretto della parola, cioè uditore di un corso di lezioni; ma che si dichiarasse suo discepolo per averlo consultato varie volte, e cavatene istruzioni alla spicciolata, per avere studiati i libri di lui, e per quella deferenza che ha sempre il giovane geometra verso il provetto.

Riprendendo il filo della storia, debbo dire che fortunatamente i Signori di Bologna ebbero più accorgimento del loro incaricato, giacchè proclamarono il Cavalieri ad unanimità di suffragi; ma anche un'elezione così solenne non valse ad assicurare il Marsili, come appare dalla seguente lettera al Galileo, che è un capo d'opera per farci conoscere di qual tempra sieno certuni.

Molto Ill.e et Ecc.mo Sig.re e Pad.ne Coll.mo

Sopra l'informazione di VS. Ecc.ma si sono mossi concordemente questi Sigg.ri del Reggimento a promuovere alla prima Cattedra di Mattematica il P.re Fra Bonaventura Cavagliere col medesimo stipendio che avea l'Ecc.mo Magini, quando fu condotto alla medesima Lettura. Io non dubito, che non sia per riu-

scire nelle cose di Mattematica, e spero anche sopra la di Lei informazione, che sia per riuscire nell'Astronomia, sebbene mi ha dato gran sospetto il non avermi mai mandato alcun Calcolo fatto sopra le Tavole Rodolfine, che Le inviai alcuni mesi sono; e pure qua vi sono scolari che nella Pratica di quelle Tavole non hanno altra difficoltà che nel moto della Luna. Della Mattematica pura, ancorchè sia il tutto, in questa Città ne è fatta poca stima, e più stimano di gran lunga detto studio d'Astronomia. La Condotta è per tre anni, averà occasione di poter mostrare in questo tempo quanto egli vaglia, e L'assicuro, che se non fosse stato per rispetto di Lei, per questa diffidenza sarei stato alquanto più lento in procurargli questo onore. Mi conservi nella sua buona grazia. Il solito suo parzialissimo servitore.

Di Bologna questo dì 29 Agosto 1629.

Di VS. M.^{to} Ill.^{e} et Ecc.^{ma}

Aff.^{o} e Parzia.^{o} Serv.^{e}
CESARE MARSILI.

Pareva adunque al Marsili gran peccato che il proposto professore si mostrasse pigro ad eseguire un computo da effemeride, e a motivo di tal renitenza stava per discredere tutto il resto. Ma gli diede una buona lezione il Galileo colla seguente lettera di risposta, che mi giova recare per intero.

Lettera di Galileo Galilei a Cesare Marsili
estratta da una copia del sig.^{r} Marucelli.

Ill.^{mo} Sig.^{re} e Pad.^{ne} Coll.^{mo}

Ho sentito con gusto quanto VS. Ill.^{ma} mi scrive nella sua cortesissima lettera, e poichè io sono a sì gran parte nel favore ottenuto da codesto Ill.^{mo} Regim.^{o}, non mancherò di ricordare e sollecitare il P.^{re} Fra Buonaventura nello studio dell'Astronomia, con ferma speranza che egli in questo sia per rendersi non men simile a Tolomeo, che si sia reso in Geometria emolo d'Archimede. E se non ha risposto prontamente al calcolo domandatogli, credo perciò proceda perchè voglia, come conviene ad un maestro, antepor la Teorica alla Pratica, cioè intender molto bene l'Almagesto di Tolomeo, e le rivoluzioni del Copernico, e poi praticar tal dottrina nei computi nei quali molti sono pratichissimi,

senza punto intender quello che si facciano: e son sicuro che l'istesso Ticone, conforme alle osservazioni del quale son calcolate le tavole Rodulfee, non poteva intendere niente dei nominati autori, come quello che non sapeva nè anco i primi elementi di Geometria. Conceda dunque VS. Ill.ma per hora a uno che si è occupato più nella Geometria che nei Calcoli, il valer molto in quella, e meno in questi, ma renda certi codesti Sig.ri e se stessa, che e' sia con la felicità del suo ingegno per dar piena soddisfazione nel maneggiar le tavole, opera assai più facile, che gli studii già superati dal Padre. Io torno a render grazie a VS. Ill.ma del favore prestato a questo soggetto, e con chiamarmegli obbligatissimo la supplico a comandare a me con assoluta autorità che mi haverà sempre prontissimo ad ogni suo cenno; e con un vero affetto gli bacio le mani, e dal Signore Dio gli prego intera felicità.

Di VS. Ill.ma

Da Bellosguardo li 7 Settembre 1629.

Devotis.o Obbl.o Servitore
GALILEO GALILEI.

Ci si fa sempre più palese, mediante questa lettera, come i coltivatori più illustri di una medesima scienza abbiano l'uno dell'altro tal conoscenza che è segreta e tutta loro propria. Galileo arrischiò una difesa di Cavalieri senza aver udito del motivo per cui questi s'astenne dal soddisfare all'inchiesta del Marsili, ed entrò in certo modo mallevadore per lui: vediamo ora s'egli ha saputo coglier nel segno. Ecco la lettera che gli scrisse il Cavalieri appena arrivato alla sua nuova destinazione.

Molto Ill.re et Ecc.mo Sig.re e Pad.ne Coll.mo

Giunsi in Bologna alli 18 del presente dove ritrovai la gratissima di VS. et intesi il gusto che ha sentito della mia elezione per Mattematico di questo studio, del che sommamente la ringrazio, come anco di quanto ella ha oprato in mio favore sapendo quanta parte vi habbi avuto l'attestazione di VS. che perciò mi sforzerò ad ogni mio potere di farla parere veritiera nella testimonianza fatta di me, dandomi per hora tutto allo studio dell'astronomia, come VS. mi esorta, e come pur troppo è necessario che io facci. Il non haver avuto libri in queste materie astronomiche, e massime dei moderni, è stato

causa che non vi habbi fatto quell'applicazione che saria stato di bisogno. Del non aver io mandato al signor Cesare il calcolo è stato causa il non haver visto l'Epitome dell'Astronomia Copernicana, nella quale spiega le teoriche delle sue tavole, non mi essendo volsuto assicurare, non vedendo prima i fondamenti, aggiunto l'oscurità istessa dell'opera sua; perciò scrivo a Roma a Monsignor Ciampoli acciò mi favorisca di procurarmi la licenza di leggerlo, che poi havutala cercarò di sodisfare in questa parte a questi Signori che veramente altro non desiderano. Mi vado preparando per far l'orazione proemiale, e poi per principiare a leggere Euclide per il presente anno. Sento molta consolazione che ella, sebbene in età assai grave, ancor si affatichi per utilità de' studiosi. Ella poi per la padronanza che ha di me è sciolta dall'obbligo di rispondere ad ogni mia lettera, haverò ben gusto sentire alcuna volta, quando gli piacerà, nova di lei, che frattanto non mancherò alla giornata di darli ragguaglio di quanto succederà. Il sig.r Cesare parimente se li ricorda servitore, et io di nuovo ringraziandola de' suoi favori, gli faccio con ogni affetto riverenza.

Di VS. Molto Ill.e et Ecc.ma

Di Bologna alli 20 Ottobre 1629.

Devotis.o Servitore

Fra Buonaventura Cavalieri.

Questa che recammo è la corrispondenza più strettamente legata col fatto del conferimento al Cavalieri della Cattedra Bolognese: ma sonovi altre lettere che vi si riferiscono. Eccone una del Galileo al Marsili antecedente a detta nomina, ove si riscontrano le notizie che annunziai nella Nota (5).

Ill.mo Sig.re Pad.ne Coll.mo

In risposta di quello che VS. Ill.ma mi domanda circa ai progressi dello studio nelle Mattematiche del Molto Rev.do P.re Fra Buonaventura Cavalieri, deve sapere come essendo chiamato circa 15 anni fa alla Lettura di tal facoltà nello studio di Pisa il Molto Rev.do P.re Don Benedetto Castelli, Monaco Cassinense, già mio uditore e discepolo in Padova, alloggiò questo per lo spazio di due anni nel Monasterio de' P.ri Gesuati in Pisa, dove con tale occasione alcuni studenti dei detti Padri vollero sentire dal P.re Don Benedetto i principii delle Mattema-

tiche, tra i quali fu il P.re Fra Buonaventura, e come quello che era di mirabile ingegno e dispostissimo a tale studio, in capo a pochi giorni apprese in maniera le prime introduzioni, che poco ebbe di poi bisogno dell'aiuto d'altri. E se in alcuna facoltà accade, in questa massimamente avviene che quelli che son bisognosi di maestro non passano mai la mediocrità; e la natural disposizione fa più che mille precettori. È vero che incontrando egli qualche difficoltà, conferendo meco gli ho più volte abbreviato il tempo dell'intelligenza. Egli poi lontano dal P.re Don Benedetto e da me ha per se stesso veduto i più importanti e difficili autori, come, oltre ad Euclide, Apollonio, Archimede, Tolomeo et altri. E tirato dalla vivacità del suo ingegno, ha ritrovato un nuovo metodo di dimostrare, col quale egli prova per via più spedita le cose di Archimede, e le principali di altri gravi Autori. E benchè questi suoi studii per la loro difficoltà non sieno materie da Cattedra, tuttavia quand'egli habbi a occasione di legger pubblicamente, sarà a lui facilissimo l'applicargli alle lezioni più popolari, e tritissime in comparazione delle altre sue notizie, e indubitatamente egli è per fare quanto qualsivoglia altro. E tanto sia detto per significare a VS. Ill.ma il concetto ch'io tengo di questo soggetto. . . . .

. . . .

Di VS. Ill.ma

Di Bellosguardo li 21 Aprile 1629.

Devotiss.° et Obb.° Servitore

GALILEO GALILEI.

Poco dopo aver il Cavalieri incominciato il suo insegnamento, Galileo, che nol perdeva di vista, così scrive al Marsili.

Ill.mo Sig.re e Pad.ne Coll.mo

Perchè credo che il P.re Buonaventura haverà sin'hora dato saggio della riuscita che si possa promettere, che sia per fare nella sua carica, vengo a pregar VS. Ill.ma che si contenti di farmi grazia di significarmi sinceramente il seguito sin qui, sì perchè vivo ansioso di potermi conservare il credito nel concetto di VS. e di codesti altri Ill.mi Sig.ri, sì ancora per poter scrivere al medesimo P.re con quella libertà, e dirò anco autorità che tengo sopra di esso, e spronarlo ad applicarsi a quella sorta di studii che più vengono costì desiderati. Io l'ho ten-

tato a giorni passati nella risoluzione di un problema Geometrico difficilissimo, il quale mi ha mandato mirabilmente risoluto. E benchè questa non sia quella parte che vien comunemente più ricercata, tuttavia il saper io quanto ella sia più difficile che i calcoli Astronomici, mi fa sperare che in breve tempo sia per ridursi in stato di non haver a denigrar la riputazione di cotesta Cattedra già tanto illustrata dal signor Magino . . . .

. . . .

Di VS. Ill.ma
Di Firenze li 12 Gennaio 1630.

Devotis.o Obb.o Servitore
GALILEO GALILEI.

Bastarono però tre mesi, e il Cavalieri si guadagnò tal favore che ne restò vinta anche la diffidenza del Marsili. Egli ne diede notizia a Galileo, il quale così gli rispose:

Ill.mo Sig.re e Pad.ne Coll.mo

Non potevo sentir cosa di più mio gusto, che quello di che VS. Ill.ma mi dà conto nella sua cortesissima lettera attenente agli studii e progressi del P.re Fra Buonaventura, e godo in estremo che le mie predizioni comincino a dar segno di veridiche nella riuscita dell'ingegno mirabile di questo soggetto. . . . .

. . . .

Io non metterò più mano a raccomandare a VS. Ill.ma il P.re Mattematico, giacchè le sue qualità per se stesse si vanno insinuando nella sua grazia. La supplico bene a fargli mie raccomandazioni, perchè io non gli scrivo per non disturbare senza necessità i suoi studii et i miei. A lei stessa fo umilissima riverenza, confermandogli la mia devotissima servitù, e dal Signore Dio gli prego il compimento d'ogni suo desiderio.

Di VS. Ill.ma
Di Bellosguardo li 16 Febbraio 1630.

Devotis.o Obbligat.o Servitore
GALILEO GALILEI.

Il pieno avveramento delle predizioni di Galileo, anche per ciò che risguardava gli studii astronomici, fu poi manifesto quando due anni dopo il Cavalieri pubblicò il Direttorio Generale Uranometrico, opera magistrale per quel tempo. (Vedi Nota (56). I.)

La storia del conferimento al Cavalieri della cattedra di Bologna viene illustrata da altri documenti che il diligentissimo Gherardi trovò nello stesso fascicolo di antiche carte ove stava la già prodotta commendatizia di Galileo. Credo non dispiacerà ch' io qui ne rechi i principali: e tanto più perchè fra essi leggesi una nuova magnifica testimonianza in onore del nostro Matematico.

Ci si presenta per la prima la petizione al Senato scritta in questi termini: « Ill.^mi^ Signori. — F. Bonaventura Cavalieri Milanese dell' Ordine de' Giesuati, » Priore di S. Benedetto di Parma e Professore delle Scienze Mathematiche, in» tendendo essere vacante in questo sublime Studio la lettura di quelle, e con» fidando di poter con sodisfattione essercitar tal carica, supplica le Ill.^me^ » Sig.^rie^ Loro che lo voglino favorire di tal impiego, offerendosi a legger non » solo publicamente in qualsivoglia delle suddette scienze, ma anco privata» mente, et stampare le opere sue conforme l' habilità che li concederanno, » due delle quali al presente si trovano in mano del signor Cesare Marsili, quali » s' esibiscono ad ogni lor volontà: osserverà ancora i moti celesti, se così gra» diranno, et a VV. SS. Ill.^me^ fa humilissima riverenza ». A di 10 Aprile 1629.

A fornire un maggior numero di prove cui potesse appoggiarsi la deliberazione superiore, gli Assunti di Studio (una congregazione di alcuni individui ai quali spettava l' immediata direzione dell' Università dipendentemente dal Senato) fecero in proposito un' interpellazione all'Ambasciatore che la città di Bologna teneva allora in Roma: eccone il tenore. « Viene proposto a questa » cattedra principale di Matematica il Padre Fra Bonaventura Cavalieri dell' or» dine de' Gesuati, che si dice ha letto nello Studio di Pisa tal professione in » luogo del Padre D. Benedetto Castelli monaco Cassinense (*a*), che costì al pre» sente si ritrova. Essendo però a noi stato commesso dal Reggimento l' infor» marci delle qualità sue, habbiamo stimato niuna diligenza dover essere più » opportuna di quella che può venirci dalla solita amorevolezza di V. S. et pre» mura che Ella tiene del publico decoro et benefizio. La preghiamo però a con» tentarsi di prender del suddetto Padre quelle informazioni che potrà havere » da Monsignor Ciampoli, che sappiamo ne ha cognizione, e dal detto Padre » Castelli, così intorno alla profondità del sapere, come dell' habilità alla lettura,

(*a*) Forse in qualità di supplente del Padre Castelli in qualche circostanza d' impedimento di questo secondo, prima dell' andata del Cavalieri a Parma. Riveggasi la lettera del Galileo al Marsili, 21 Aprile 1629.

» et del tempo d'haverla essercitata, et quantoprima poi far che ne habbiamo » da V. S. quella notizia che ne bisogna ». A di 21 Aprile 1629.

La risposta dell'Ambasciatore Gio. Battista Sampieri fu la seguente: « Del Padre » Bonaventura poi non mi dà l'animo di dire quanto trovo di buono della sua » persona, poichè Monsignor Ciampoli mi dice che il Galileo lo tiene, se si può » dire, per maggior huomo che non fu Archimede, e che il P.e D. Benedetto » lo esalta e stima molto più di se medesimo, e Monsignore ci esorta a non la- » sciarlo in modo alcuno: che è quanto devo dire alle SS.e VV., con baciar loro » caramente le mani ». A dì 5 Maggio 1629.

Segue l'analoga relazione degli Assunti presentata al Senato, nella quale si legge: « Riferiscono alle SS. VV. Ill.me che l'informazioni havutesi da diversi » luoghi sono così conformi dell'eminenza del soggetto in tal professione di Ma- » tematica, che stimano gran beneficio et decoro dello Studio il non lasciar pas- » sare così buona congiuntura di riempir con esso la Cattedra di Matematica » primaria, tanti anni sono vacante; aggiungendo che credono sia per restar » contento dello stipendio annuo di lire mille ». A dì 3 Luglio 1629.

L'esito fu poi quale è narrato nella lettera 29 Agosto 1629 del Marsili al Galileo, riferita più sopra.

(8)

L'invito al Cavalieri affinchè passasse professore nell'Università di Pisa, invito ch'egli non accettò, quantunque gli offrisse patti più vantaggiosi, ci è comprovato da due atti scritti, rinvenuti insieme con quelli testè prodotti sul finire della precedente Nota. È il primo, una relazione degli Assunti di Studio al Senato Bolognese, che riporto per intero: « Ill.mi Signori. Avendo le SS. VV. » Ill.me con Loro Decreto sotto li 29 di Gennajo p. p. commesso alla Congre- » gazione dello Studio che habbia sommamente a core l'interesse e lo splen- » dore di esso Studio, acciocchè non vi succedano pregiudizj al pubblico, però » i Sig.i Assunti, invigilando alla conservazione et accrescimento di esso, heb- » bero sentore di qualche prattica maneggiata da persone d'autorità d'obbli- » gare il Padre Bonaventura Cavalieri, condotto dalle SS. VV. Ill.me alla Lettura » delle Mathematiche primarie della sera, a trasferirsi ad altro Studio quando » sarà nel fine della presente condotta, che deve durare ancora tre anni. Onde » avendo gli stessi Assunti procurato di verificare e verificato in effetto che tale

» prattica era in piedi, hanno similmente cercato di subodorare la disposizione
» di detto soggetto: et hanno apertamente scoperto che egli, benchè richiesto
» da Principe Grande con suo vantaggio, e persuaso da' suoi Superiori con
» molta premura, inclina nondimeno al continuato servizio delle SS. VV. Ill.me;
» e s'ha per certo che, mentre Elle si degnassero di prorogar la sua condotta,
» ancorchè senz'altra sorte d'aumento di stipendio, svanirebbe la prattica di
» disviarlo, et esso applicherebbe l'animo alla sua perpetua dimora in Bolo-
» gna. Considerando i Signori Assunti che da tale riforma ne seguirebbero
» molte buone conseguenze al pubblico: cioè s'assicurerebbero le SS. VV. Ill.me
» d'un soggetto stimato insigne nella sua professione: avanzerebbero l'aumento
» che in ogni caso di ricondotta viene ordinariamente dato dalla loro liberalità,
» dalla quale in quest'ultima ricondotta se gli accrebbero cento scudi al pristino
» onorario di mille lire: sarebbero cagione che detto Padre fabricherebbe luogo
» opportuno alla osservazione delle stelle, e speculatione della scienza profes-
» sata, si provederebbe Egli d'Instromenti Mathematici per la dimostrazione di
» detta scienza, e potrebbe non solo con decoro, splendore e beneficio di que-
» sto Studio dár altre opere alle stampe, e divulgar la fama della Città alle parti
» lontane, ma far ottimi scolari per conservarla et aumentarla. Che poi la prat-
» tica di tirar detto soggetto ad altro Studio con suo vantaggioso partito fosse
» in piedi, è hormai così noto, che dopo l'haverlo toccato con mano molti de'
» Sig.i Colleghi, et alcuni de' principali Ministri, non se ne ha più da dubitare.
» Sicchè, inerendo i Sig. Assunti agli ordini replicati delle SS. VV. Ill.me, riferi-
» scono che stimano risolutione degna della loro prudenza, honorevole allo
» Studio, utile all'Università, e lodevole per tutti i capi il rifermar adesso
» detto Padre Cavalieri alla Lettura della Mathematica col medesimo stipendio
» annuo di lire 1400 ch'egli ha di presente, o per altri sette anni limitati, o
» senza limitatione di tempo ». A di 22 Aprile 1636.

L'altro documento consiste in una supplica per aumento d'onorario, dello stesso Cavalieri all'Ill.mo Reggimento, in data 18 Novembre 1639, stesa come segue: « Essendo F. Bonaventura Cavalieri Giesuato, humilissimo oratore, e
» publico Matematico delle Ill.me SS. Loro, dopo la continua servitù di anni
» dieci, giunto al principio della terza condotta, ma ridotto in pessimo stato
» di sanità, per la quale, benchè non resti impedito dal loro servizio, viene
» però aggravato di molte spese più dell'ordinario; e non mancando tuttavia
» di servirle, e con l'insegnare pubblicamente e privatamente, e con lo stam-

» pare libri, siccome hanno Loro potuto comprendere dalla quarta opera pre-
» sentatale alli mesi passati. Ricorre perciò alla benignità delle SS. Loro Ill.me
» acciò, siccome si degnarono di honorarlo della detta terza condotta già tre
» anni sono, mentre egli era richiesto con avantaggiato stipendio nello Studio
» di Pisa, vogliano ancora compiacersi di accompagnare tale favore con quello
» sopra honorario di aumento, che più parerà alle SS. Loro Ill.me (siccome al-
» l'hora gliene diedero pure intentione di farlo a suo tempo) rimettendosi in
» tutto e per tutto al discretissimo giudizio Loro. Che non mancherà in con-
» traccambio di questa gratia detto supplicante di proseguire in modo a servirle
» nel suo carico che non habbino a pentirsi dei fatti favori, nè a desiderare da
» lui più esatta servitù. Il che spera, ec. »

Però dagli addotti documenti apparisce soltanto la chiamata del Cavalieri per parte del Granduca di Toscana, ma non ci si fa conoscere chi abbia poi mosso il Granduca stesso a fare tale proposizione. Ora dal resto della corrispondenza inedita, di cui dicemmo nella Nota precedente, veniamo a sapere che ciò fu ancora per consiglio di Galileo. Recherò due frammenti di tali lettere, e non solo in conferma di quanto ora si è asserito, ma anche per altro oggetto di maggior rilevanza.

Questo epistolario tra il Cavalieri e Galileo degli anni 1636, 1637 prova ad evidenza, siccome riflette il Gherardi, che il fatto di avere il Cavalieri anticipato nello Specchio Ustorio la notizia della traiettoria dei proietti nel vuoto (vedi Nota (56). II.), non lasciò nell'animo di Galileo la più piccola nube di mal umore, e che quindi ben lontano dal vero è quel ch'ebbe a insinuare un celebre scrittore vivente, cioè che d'allora in poi Galileo stesse sulle guardie, *non giudicando opportuno di fidarsi nuovamente alla discrezione del dotto Gesuita* (Vedi Nota (3)). Se ci ha commercio di lettere che mostri un abbandono vicendevole, è certamente questo, ove si vede, non solo il comunicarsi che fanno due sapienti i loro pensieri per ricerche scientifiche, ma eziandio il parlar conversevole di due amici che scendono talvolta fino alla famigliarità ed allo scherzo, e, quel che è più, versano l'uno nell'altro, per averne alleviamento, i loro dispiaceri e le loro pene.

Bisogna che tocchi qualche cosa dei dispiaceri d'animo che, aggiunti alla infermità corporale, travagliarono il Cavalieri mentre era Priore nel Convento di Bologna: e ciò perchè s'intenda quel passo dove rimpiange la congiuntura favorevole che si lasciò scappare di mutare stanza passando a Pisa. In cinque let-

tere, del 12 Febbraio, 11 Marzo, 6 e 27 Maggio, e 26 Agosto 1636, Cavalieri, confidandosi coll'amico, narra di un frate di sua Religione *che non gli rendeva un' ubbidienza al mondo, che gli teneva uno stecco negli occhi*, cui egli non poteva togliersi d'attorno perchè altri di fuori avea preso a proteggerlo, e trovato modo di sostenerlo presso più alto superiore. Racconta di più, che essendo quel frate stato preso una volta dalla forza pubblica per un fallo di cui gli riuscì discolparsi, fu egli (il Cavalieri) designato come quello che lo avea fatto imprigionare; ed era falsissimo, ma la diceria fu creduta: di che gli avversarii si ostinarono sempre più perchè quel tribolatore gli fosse tenuto alle coste. Nella lettera 6 Maggio, dice: *avrò pazienza finchè a Dio piacerà*; ma in quella del 26 Agosto, esce in queste parole: « Io poi me la vado passando al solito » con quella poca sanità che sa, e con pochissimo gusto, ma sì bene con di » molto disgusto, havendo qui chi Ella sa; talchè mi trovo alle volte pentito » di non havere accettato il partito da VS. Ecc.ma propostomi quando era va- » cante la Lettura di Pisa, che hora cessa per la meritevole sostituzione del si- » gnor Dino; e sebbene cessa tale occasione, ad ogni modo non voglio restare » di dire che questi miei disgusti potriano arrivare a segno di violentarmi a » tormi di qua, non ostante le altre buone condizioni che ho di starvi, e ciò » tanto più prontamente farei quando Ella conoscesse che costì si potesse con- » certare qualche trattenimento per la persona mia. In tal caso, sebbene non so » se questi Signori mi lasciassero poi andare, e' mi saria di suprema consola- » zione havere occasione di goderla più lungamente, che lei et io non stimiamo. » Questo li scrivo, acciò nascendo qualche occasione, sappi qual saria in tal » caso l'animo mio..... »

Anche in un'antecedente lettera dell'8 Aprile, stesso anno, a Galileo, leggesi il seguente passo che s'accorda coi documenti da prima addotti: « Sono » intorno per vedere di havere la Lettura perpetua per potermi accomodare di » stanza in questo Convento, dove sto, che è male in essere di libri et altro, » prevalendomi dell'occasione di essere stato chiamato costà, siccome oltre di » Lei me ne fece motivo Mons. nostro Vice-legato per parte del signor Fan- » toni, e spero quanto prima di venire alla conclusione ».

È poi noto che il progetto del Cavalieri di cambiare soggiorno non venne effettuato. La storia delle varie di lui condotte e ricondotte è in succinto la seguente. Fu dapprima fermato professore per tre anni, con decreto 29 Agosto 1629, e coll'onorario di lire mille bolognesi. Venne rieletto il 21 Aprile 1632,

per altri sette anni, coll'aumento di lire 400. Scadeva questa seconda condotta nel 1639, ma tre anni prima, cioè il 27 Maggio 1636, all'oggetto di sviarlo dalle pratiche tendenti a chiamarlo all'Università di Pisa (vedi la Relazione al principio di questa Nota), fu riconfermato per altri sette anni collo stesso stipendio. Però al terminare del 1639, quando, se non avesse avuto luogo l'atto ora ricordato, doveva finire la seconda condotta, il Cavalieri domandò aumento d'onorario (vedi il secondo documento di questa Nota), che gli fu accordato il 16 Gennaio 1640, in lire 400. Così durarono le cose fino all'anno 1646. Ai 5 Giugno di detto anno fu il Cavalieri riconfermato per altri dodici anni coll'emolumento vistosissimo (principalmente se si consideri che trattavasi di un religioso il quale abitava nel proprio convento) di 2000 lire bolognesi. Sgraziatamente non godette il nostro Geometra che un solo anno di sì lauto trattamento. Degli Atti che vengono in appoggio di questa narrazione, credo opportuno il riportare almeno i due seguenti.

Quando, alla fine del 1639, venne accordato al Cavalieri il chiesto aumento di onorario, la Relazione degli Assunti fu questa: « Ill.[mi] Signori. In qual predi-
» camento di valore sia il Padre Cavalieri nella professione delle Mathematiche
» è così noto, che i Sig.[i] Assunti di Studio non istimano doversi molto affati-
» care per persuadere alle SS. VV. Ill.[me] che molto più decoro e profitto ap-
» porta allo Studio un sol soggetto di valor insigne, che molti altri ordinarii.
» Per questo, e perchè il detto Padre va imprimendo sempre, come è noto,
» qualche opera dalla quale ne risulta splendore alle SS. VV. Ill.[me] et allo Stu-
» dio; stimano i Sig.[i] Assunti che al merito del medesimo Padre sarebbero ben
» applicate lire 400 d'aumento, quando però così piaccia alle SS. VV. Ill.[me], al
» cui beneplacito i detti Sig.[i] Assunti si rassegnano ». A dì 30 Dicembre 1639.

Quando venne statuito l'ultimo dodicennio, fu letta a testimonio d'onore pel nostro grande concittadino quest'altra stupenda Relazione: « Ill.[mi] Signori. La
» Congregazione di Studio per ubidire al Decreto delle SS. VV. Ill.[me] circa la
» ricondotta del Padre Cavalieri Mathematico primario, di riferir quanto pri-
» ma, ec. I Sig.[i] Assunti riferiscono che la detta ricondotta spira appunto con
» lo studio di quest'anno, et era per anni sette con lire 1800 di honorario,
» dopo l'altre condotte precedenti; nelle quali sino al giorno d'oggi ha fatto
» talmente il debito suo nel leggere e nel dar Opere alla stampa, che si è fatto
» famoso in detta professione, onde l'opinione comune è che in quella egli sia
» il primo soggetto d'Italia. Rappresentano però i Sig.[i] Assunti che il valore e

» la celebrità de' Lettori porta alle parti più lontane la fama dello Studio e del-
» l'istessa Città, con decoro e profitto di essa; e di qui è che comple il ricon-
» durlo per lungo tempo, acciocchè un tal Lettore rimanga sempre a detta Let-
» tura. Di qui è che i detti Sig.i Assunti per sfuggir la frequenza delle ricon-
» dotte, che sempre si fanno ordinariamente con aumento di honorario, pro-
» pongono di ricondurlo per 12 anni con stipendio di lire due mila annue,
» cioè con lire 200 di aumento: benchè si rimettano in tutto alla prudenza
» delle SS. Loro Ill.me ». A dì 28 Aprile 1646.

(9)

L'aumento degli stipendii a titolo di premio risulta con abbondanza di prove dagli Atti riferiti nella Nota precedente: esso è anche narrato dal Picinelli, e ne parla lo stesso Cavalieri in una lettera al Rocca (28 Agosto 1640) (*a*). — Il Cardinale Federigo Borromeo invitollo a prender posto fra i Dottori della sua Biblioteca Ambrosiana novellamente eretta: ma egli se ne scusò modestamente, preferendo la cattedra Bolognese. Ciò è asserito dall'Argelati e da altri biografi. — È il Daviso che ci racconta di un cospicuo privilegio accordato al Cavalieri da Papa Urbano VIII (ne diremo nella Nota (51)), e che Ferdinando II Granduca di Toscana lo mandò a levare colla propria lettiga, e il fece andare a Firenze per conoscerlo e trattar seco. — Il Cavalieri medesimo, in una lettera (inedita) a Galileo, 26 Agosto 1636 (quella stessa di cui recammo una parte nella Nota (8)), dice che stava scrivendo al Ser.mo Principe D. Lorenzo di Toscana per ringraziarlo di un'acqua medicinale da lui mandatagli a guarire dalla gotta.

(10)

Quanto alla prima asserzione veggasi Montucla, Histoire des Mathématiques, T, II, pag. 28; e quanto alla seconda, rimando il lettore ad un articolo che riferirò nella Nota (56) sotto il numero I, ove farò qualche cenno intorno al Direttorio Uranometrico.

(*a*) Queste lettere del Cavalieri, scritte da Bologna al filosofo e matematico Reggiano Giannantonio Rocca, sono in numero di 58, e vennero stampate in Modena nel Giornale de' Letterati, ed anche a parte l'anno 1785. Ne allegherò in progresso frequenti citazioni.

(11)

Veggasi la Nota (56).

(12)

Trovansi queste ricerche dell'Autore nella sesta delle sue Esercitazioni Geometriche, pag. 458. È notabile ch'egli riduce la determinazione della distanza focale nelle lenti ad una regola generale, la quale abbraccia tutti i casi. Se traduciamo siffatta regola in una formola, esprimendo con lettere e con segni quanto vi è detto a parole, ne esce la stessa formola che oggidì è riportata in tutti i trattati di Diottrica. Convien però notare che tal formola suppone $\frac{3}{2}$ l'indice di refrazione pel passaggio dall'aria nel vetro.

(13)

Vedi la Nota (56) sotto il numero II.

(14)

Torna bene il riferire per intero il passo dell'A. cui si allude in questo luogo: « Potrei anco dire, come l'effetto del cannocchiale si avrebbe forse » anco dalla combinazione di questi specchi, o de' specchi con le lenti, se ben » la facilità del produrre la figura sferica farà che ci prevagliamo piuttosto di » questa che delle altre; conciosiacosa adunque che lo specchio concavo facci » l'operazione della lente convessa, e lo specchio convesso della lente cava, è » manifesto che se combinaremo lo specchio concavo con il convesso, ovvero » con la lente cava, dovremo aver l'effetto del cannocchiale, e tale forse fu » lo specchio di Tolomeo, laonde con tale occasione non mancherò di dire, » come avendo più volte sentito cercar da alcuni il modo di fare un paro d'oc- » chiali, che facessero l'effetto del cannocchiale, io pensai che ciò in tal modo » si potesse fare, cioè che si collocasse un traguardo da una banda, e dall'al- » tra uno specchietto cavo, poichè mettendoci noi questo paro d'occhiali, con » il contrapporvi uno specchio piano avvicinato, o allontanato, quanto com- » porta il veder distintamente l'oggetto dentro lo specchietto cavo (scorgen- » dosi però l'uno e l'altro nello specchio piano, anteposto alla nostra faccia)

» si otterrà l'effetto del cannocchiale, egli è però vero che dovendo stare que-
» sti allo scoperto, faranno il medesimo che il vetro cavo o convesso, adope-
» rati fuor della canna, anzi per farsi una riflessione di più, cioè dallo specchio
» piano, verremo anco perciò a scapitar più nell'operazione, ciò però con que-
» sta occasione ho voluto accennare, come per una bizzarria, per dar qual-
» che soddisfazione a' curiosi, che voglion cercar miglior pane che di farina,
» poichè all'eccellenza del cannocchiale non arriveranno mai, per mio credere,
» nè i specchi combinati insieme, nè accompagnati con le lenti, come chi ne
» vorrà far prova, credo si potrà assicurare ». (Specchio Ustorio, pag. 126.)

Il lettore avrà notate quelle parole: *tale forse fu lo specchio di Tolomeo*. Che gli antichi usassero di qualche stromento simile al telescopio a riflessione, è questione trattata eruditamente dal signor Libri nella sua opera *Histoire des sciences mathématiques en Italie* (T. I.^{er}, pag. 215). Fu creduto generalmente che molto vi fosse di favoloso nelle memorie che ce ne pervennero: ma il suddetto autore reca un documento degno di fede dal quale apparirebbe che la mirabile macchina a specchi dei Re Tolomei venisse trasportata, sul declinare del Romano impero, da Alessandria a Ragusa, dove stesse occultata e conservata gelosamente per modo che vi era tuttavia nel secolo XVII. Il nostro Cavalieri amava esercitare il suo ingegno nell'investigare i trovati degli antichi, dei quali non ci è restato che qualche narrazione in confuso.

(15)

Quest' ordigno fu dal Cavalieri chiamato *Vaso idracontisterio*, cioè vaso che slancia acqua: egli ne diede la descrizione sul fine del libro delle Esercitazioni Geometriche, accompagnandola di due figure. Veramente una tal descrizione è in alcune parti oscura, e l'A. ne accenna il tristo motivo scrivendo: « Quam » nisi satis explicavi, æqui bonique consulas, cum novo impediar morbo quo » et plura alia cogor hic prætermittere. » L' indicato nuovo insulto del suo male fu sventuratamente quello di cui più non si riebbe. Nondimeno con un po' di pazienza, considerando lo scritto e le due figure, si può benissimo venire a capo di conoscere il magistero del congegno, e ciò è tanto vero che essendosene letta dallo scrivente in un'adunanza dell'I. R. Istituto, 23 Novembre 1843, una descrizione più minuta, fu presa la risoluzione di farne costruire un modello operativo. Non entrerò qui a voler spiegare quanto, senza l'accompagnamento

d' una figura, sarebbe difficilmente inteso: dirò solo che il massimo pregio d'un tale stromento è la semplicità, non avendo alcuna valvola, ed una sola ala mobile invece delle quattro che scorgonsi nella tromba di Dietz. Narra il Daviso che il Cavalieri fece costruire questo ordigno e lo mise in attività sulla sponda del pozzo del suo convento, e che dopo la sua morte lo stromento passò in proprietà del Duca Carlo II di Mantova, il quale ne decorò il giardino di una sua villa.

Credo che il primo che abbia fatto ricerche intorno al problema meccanico di cambiare il moto rotatorio continuo in rettilineo parimente continuo sia stato l' italiano Ramelli, il quale pubblicò i disegni delle artifiziose sue macchine in Parigi fin dall'anno 1588. In tempi posteriori si costrussero, con questo intento, varii meccanismi più o meno complicati, tra' quali si ebbero pei migliori due trombe, l' una del meccanico inglese Bramah, e l'altra del meccanico Dietz. Quella del Cavalieri, tanto più antica d' entrambe, è anche, per quanto a me pare, tale da disgradarne le ingegnose loro costruzioni.

Una cosa poi molto curiosa si è che la tromba inglese del Bramah, meccanico che viveva alla fine del secolo passato, della quale si può vedere il disegno e la descrizione nel Tomo 16.° del *Dictionnaire Technologique, ou des arts et métiers*, era già conosciuta fin dai tempi del Cavalieri, essendo precisamente la medesima ch' egli dice di aver osservata, e che gli fece nascere il pensiero della sua. Parendomi interessante questa rettificazione nella storia della scienza, recherò qui il passo per intero. Dice egli per tanto: « Cum incidissem in illam » machinam hydraulicam, quæ extrahit et proijcit aquas merito duarum rotu- » larum, quarum dentes ita sibi adhærescunt, ut dum moventur, vel ipsi aeri » transitum interdicant, et includuntur vase ovali, ut pluribus notum est, cu- » jus nescio quis fuerit inventor: artificium summe admiratus sum. Sed visa est » hæc machina maximam subire imperfectionem, ex eo quod confricati dentes » quam cito conterantur, deturque transitus et aeri et aquæ, unde inutilis fiat: » præter summam difficultatem quæ videbatur contingere posse in ipsius con- » structione. Quapropter mente cogitans an id aliter fieri posset, subvenit for- » ma, quam infra describimus, quæ est, ni fallor, ad construendum facilior, » et confricatione potius perficitur quam vitietur: præterquam maxima vio- » lentia proijcit aquas, ut propterea ipsum Vas Hydracontisterium seu aquarum » ejaculatorium appellaverim ». (Exercitationes Geometricæ, pag. 537.) (*a*).

(*a*) Questa Nota era già scritta quando mi giunse un fascicolo (Novembre e Dicembre 1843)

(16)

Vedi la Nota (56) sotto i numeri X, XI.

(17)

Ciò di cui qui si parla è una fra le varie conseguenze del famoso teorema che formerà il soggetto della seguente Nota (19): invito quindi il lettore a voler por mente a quanto si dice in quella Nota verso il fine di essa. Se la proposta di raffrontare fra loro e così misurare gli angoli solidi, viene dai Geometri accettata, reputerò che non sia riuscita inutile per la scienza la mia presente fatica.

(18)

La soluzione, della quale si fa menzione, trovasi nella Esercitazione sesta, pag. 504. Ne discende questo bel teorema: il punto cercato è dentro il triangolo determinato dai tre punti dati, ed è tale che, congiunto coi tre vertici, le rette congiungenti fanno tra loro tre angoli eguali.

Fra le ricerche dell'Autore indipendenti dalla geometria degli indivisibili, noto come improntate di una certa originalità quelle intorno alla natura dell'angolo corniculare e al modo di richiamarne la misura all'ordinaria degli angoli rettilinei. (Exercit. III, pag. 218.)

(19)

Poichè le lodi sono più credute in bocca degli avversarii, riferirò qui il teorema di cui si tratta colle parole stesse del Guldino: « Egregie profecto incœ-

dei *Nuovi Annali delle Scienze Naturali di Bologna*, contenente un articolo col titolo: « La tromba ad acqua di Dietz, rivendicata al Ramelli ed al Cavalieri. Del Prof. S. Gherardi ». Essendo in detto articolo trattato l'argomento dottamente e più in esteso dall'autore, il quale non sapea ch'io pure me ne fossi occupato, invito il lettore a consultarlo. Parlò dell'idraeontisterio con lode anche il Poleni in una sua prelezione stampata a Padova l'anno 1741.

» pit et desideratas partes complere, et scientiam ipsam excolere, et jam rem
» præstitit quam multis annis in votis habui, Bonaventura Cavalerius superiori
» libro a nobis productus; aream nimirum invenire ac capacitatem triangulo-
» rum quorumvis sphæricorum, datis magnitudinibus angulorum sive seorsim
» sive simul sumptorum. Et licet deserente nos adhuc circuli quadratura, area
» illa absolute dari nequeat, ejus tamen proportionem ad integram globi su-
» perficiem clarissime demonstrat. In opere enim illo quod Directorium Gene-
» rale Uranometricum inscribit, Parte III, cap. VIII, hanc tradit propositionem.
» Superficies sphæræ ad superficiem cujuscumque trianguli sphærici in eadem
» descripti, eandem habet rationem quam quatuor recti ad dimidium excessus
» summæ angulorum ejusdem trianguli super duos rectos. Pulcherrimum sane
» et utilissimum inventum, Cavalerioque dignum, a quo jure merito expectan-
» dùm sit quidquid adhuc in geometria hac rotundi sive globi desideratur. Ex
» hac autem propositione tamquam corollaria deducit proportionem primo to-
» tius sphæræ ad pyramidem triangulatam, cujus vertex centrum sphæræ, basis
» vero triangulum in sphærica superficie occupat; secundo proportionem trian-
» gulorum ad invicem; deinde septem problematibus docet transformationem
» trianguli sphærici propositi in superficiem integram alterius sphæræ, in su-
» perficiem sectoris ejusdem sphæræ, in zonam polarem, et in non polarem,
» zonam in superficiem sectoris, pyramidis supradictæ in aliam sphæram, et
» tandem, quod mireris, ipsius trianguli sphærici quadraturam: siquidem, quod
» supra monuimus, quadraturam circuli supposueris. Macte animo, Cavaleri, et
» ab illis infinitis indivisibilibus ad finita divisibilia stylum converte. Tibi de-
» betur hoc geometriæ rotundi supplementum, qui attulisti a me diu deside-
» ratum complementum. » (Exercit. III, cap. V, pag. 191.)

A proposito di questa lunga citazione, Cavalieri soggiunge: « Circa hæc nil
» mihi dicendum occurrit, nisi quod propter hoc tenue inventum tot in me
» collatis laudibus, cavendum illi erat ne in Galilei errorem laberetur, quem
» prius indicaverat ». Questo errore di Galileo (che non era certo errore) fu
di aver qualificato il Cavalieri per grande Geometra; e si ha qui di mira un
altro passo del Guldino, dove egli narra di aver visitato il vecchio filosofo nel
luogo di sua relegazione, e di avere da lui udite lodi grandissime del Cava-
lieri, delle quali però cerca attenuare la favorevole impressione.

Circa questo memorabile teorema è da notarsi che i Francesi ne fanno onore
ad Alberto Girard, come a primo inventore. Il Montucla però nella Storia delle

Matematiche (Tomo II, pag. 28 e 29) dice essere assai probabile che Cavalieri non avesse alcuna notizia di quanto era stato dal Girard pubblicato su tale argomento. Chi poi rivendicò al nostro Italiano questa bella invenzione, facendo vedere che non deve attribuirsi un teorema se non a chi l'ha pel primo dimostrato, fu Lagrange, il quale così ne parla: « On connait le beau théorème » suivant lequel l'aire d'un triangle sphérique est à la surface entière de la » sphère, comme l'excès des trois angles du triangle sur deux droits à huit » angles droits. On l'attribue communément à Albert Girard, qui l'énonce en » effet dans l'ouvrage intitulé: *Invention nouvelle en Algèbre*, et imprimé à » Amsterdam en 1629; mais comme la preuve qu'il en donne n'est point ri- » goureuse, et qu'elle ne peut pas même être regardée comme une induction, » on devrait plutôt attribuer ce théorème à Cavalleri, qui l'a donné dans le *Di-* » *rectorium Generale Uranometricum*, imprimé à Bologne en 1632, avec la » belle démonstration rapportée par Wallis, et insérée depuis dans la plupart » des trigonométries ». (Journal de l'École Polytechnique; T. II, Cahier V, » pag. 275.)

Aggiungerò quello che venne di già annunziato nella Nota (17). Leggasi il primo corollario che l'Autore deduce dal precedente teorema, e si capirà chiaramente che, come si prendono gli archi di circolo per misurare gli angoli piani, si possono similmente prendere per misurare gli angoli solidi le porzioni di superficie sferica tagliate e determinate dai piani che concorrono a formar l'angolo solido: ben inteso che il vertice di quest'angolo sia preso per centro della sfera. Rimane vero il principio, quand'anche l'angolo solido fosse contenuto in qualche parte da una porzione di superficie conica sostituita ad un angolo piano. Se s'introducessero, come dissi nell'elogio, questi rapporti fra angoli solidi, proporrei s'assumesse per unità di misura l'angolo del cubo, cui corrisponde l'ottava parte della superficie sferica.

A provare l'utilità di una tale introduzione recherò alcuni risultamenti cui sono giunto instituendo ricerche le quali (adottata una volta la nuova idea) si presentano per le prime. Chiamato 1 l'angolo del cubo, gli angoli solidi degli altri quattro poliedri regolari sono espressi dai numeri seguenti. Pel tetraedro 0, 35096: per l'ottaedro 0, 86538: pel dodecaedro 1, 88550: per l'icosaedro 1, 67720; due minori e due maggiori dell'angolo del cubo. Quello del tetraedro è un po'maggiore del terzo, il massimo (cosa notabile) è quello del dodecaedro, quantunque trattisi di un poliedro contenuto da un minor numero

di piani che non sia l' icosaedro. Ecco un altro teorema: l' angolo solido del cono retto, rapportato all' angolo del cubo, è espresso da un numero che eguaglia il quadruplo del rapporto fra il senoverso della metà dell' angolo piano del cono e il raggio delle tavole. Non reco in queste Note le dimostrazioni dei teoremi enunciati, essendomi proposto di non introdurvi calcoli. Le prime dipendono da formole di trigonometria piana e sferica, e principalmente dal teorema di Cavalieri che formò l' oggetto di questa Nota; l' ultima esige che si trovi la misura della calotta sferica tagliata fuori dall' incontro della superficie conica (a).

(20)

Il passo del Montucla qui rammentato è il seguente: « C'est à dater de l'é» poque de celle-ci (de la Géométrie des indivisibles) qu'on doit compter les » grands progrès qu'a faits cette science, et par lesquels elle s'est élevée à » l'état où elle est aujourd'hui. Ce fut en 1635 que Cavalleri la publia dans son » livre intitulé: *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione pro» mota* ». Bononiæ. (Histoire des Mathématiques, Tom. II, pag. 37.) — Vi fa riscontro quest' altro del Bailly: « En Italie nous trouvons, du vivant même de » Galilée, Cavalieri, géomètre justement célèbre par la méthode des indivisi» bles, qui est le premier degré des grands progrès de la géométrie ». (Histoire de l'Astronomie moderne, Liv. XIII, § V.) — Quanto alla citazione del Maclaurin, il lettore la troverà più tardi entro un brano più lungo riferito nella Nota (32). — La testimonianza resa dal Fontenelle al nostro Geometra è espressa colle seguenti parole: « Bonaventure Cavalerius religieux Italien de l'ordre des » Jésuates est le premier qui dans sa Géométrie des indivisibles imprimée à Bo» logne en 1635, ouvrage original et très-ingénieux, ait fondé volontairement » et par choix tout un sistème géométrique sur les idées de l'Infini.... La » géométrie de Cavalerius subit le sort des nouveautés les plus dignes de l'ap» probation du public, et même les plus destinées à l'emporter avec le temps: » de grands géomètres l'attaquèrent, de grands géomètres l'adoptèrent ou la » défendirent, mais enfin c'est la première fois que l'Infini ait paru dans la » géométrie en forme sistématique, et dominant sur toute une grande et vaste

(a) Veggasi la prima delle *Postille matematiche* poste dopo le attuali Note.

» théorie, quoiqu'encore extrêmement enveloppé. (Fontenelle. Élémens de la géo-
» métrie de l'Infini, préface, pag. 4, 5.) — Dopo queste citazioni solenni, alle quali fra poco ne aggiungerò altra di non minor peso, saranno forse per piacere anche le seguenti, che esprimono una opinione più divulgata, perchè riscontransi in libri di varia erudizione. Ecco l'attestazione dell'inglese Jones recata dal Chaufepié nel suo *Nouveau Dictionnaire historique*, etc., Tom. II, pag. 53 e 54, all'articolo: Bonaventure Cavalieri: « Ce disciple de Galilei mérite à juste titre
» d'être regardé comme un mathématicien du premier ordre. C'était un homme
» d'un génie vif et d'un jugement esquis, comme cela parait par tous ses ouvra-
» ges qui sont remplis de belles choses pour perfectionner Archimède et les
» anciens géomètres, et de plusieurs belles découvertes avec leur application
» aux différentes parties des Mathématiques; en sorte que Fermat, Barrow, Wallis
» et Newton ont successivement illustré sa méthode avec succès, et à des cer-
» tains égards perfectionné ses principes. » — Nel Lessico di Joëcher (Leipzig, T. 4, 1750-51) havvi un articolo sul Cavalieri di cui darò un brano secondo la traduzione che ne leggo nelle *Mémoires pour l'Histoire des Sciences et des beaux Arts* (Trévoux. Sept. 1751, art. 104) «... ce dernier ouvrage (la Géo-
» métrie des indivisibles) contient déjà les premiers principes du calcul infini-
» tésimal; on sait que la découverte entière de ce calcul est attribuée par quel-
» ques uns à M. Newton, et par le plus grand nombre à M. de Leibnitz. » — Nella *Bibliothèque Italique* (Genève, 1730, T. IX, pag. 187) si legge: « On ne
» saurait nier que le Père B. Cavalieri n'ait jetté les premiers principes de
» ce calcul, retrouvé dans la suite par Messieurs Leibnitz et Newton. »

Chi più diffusamente e più coscienziosamente trattò questo argomento fu Carnot in quella pregevolissima operetta che ha per titolo: *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal* (Seconde édition. Paris, 1813). Nel § 2 del Cap. III, pag. 141, l'autore espone con molta chiarezza il metodo degli indivisibili. L'articolo comincia con queste parole: « Cavalerius fut le précurseur
» des savans auxquels nous devons l'analyse infinitésimale: il leur ouvrit la car-
» rière par sa *Géométrie des indivisibles.* » Dichiarato il principio fondamentale di tutta questa geometria, e fatto vedere, mediante un esempio, la somma rapidità con cui si viene per esso ai desiderati risultamenti, si aggiunge: « Ca-
» valerius avertit bien positivement que sa méthode n'est autre chose qu'un
» corollaire de la méthode d'exhaustion; mais il avoue qu'il ne saurait en don-
» ner une démonstration rigoureuse. Les grands géomètres qui le suivirent en

» saisirent bientôt l'esprit, elle fut en grande vogue parmi eux, jusqu'à la dé-
» couverte des nouveaux calculs, et ils ne tinrent pas plus de compte des ob-
» jections qui s'élevèrent contre elle alors, que les Bernoulli n'en ont tenu de
» celles qui se sont élevées depuis contre l'analyse infinitésimale. C'est à cette
» méthode des indivisibles que Pascal et Roberval dûrent le succès de leurs
» profondes recherches sur la cicloïde. » In appresso l' autore mostra come mediante le formole algebriche esprimenti la somma dei numeri naturali e dei loro quadrati può facilmente tradursi in calcolo (per alcuni casi) il principio degli indivisibili, e conchiude: « Ainsi la méthode des indivisibles supplée à certains
» égards au calcul intégral; on peut la regarder comme répondant à l' intégra-
» tion des monomes, ce qui était certainement une grande découverte du
» temps de Cavalerius. »

(21)

Ecco le parole del Montucla: « Tandis qu'Archimède à chaque fois qu'il en-
» treprend de démontrer le rapport d'une figure curviligne avec une autre
» connue, emploie un grand nombre de paroles et un tour indirect de dé-
» monstration, le géomètre moderne (Cavalleri) s'élançant en quelque sorte
» dans l'infini, va saisir par l'esprit le dernier terme de ces divisions et sous-
» divisions continuelles. » (Histoire des Mathématiques, T. II, pag. 38.)

(22)

Per una epitome della Geometria degli indivisibili può leggersi quella che ne fece il Frisi alla pag. 22 e seguenti del suo Elogio, e che fu poi tradotta in latino dal Fabroni; ovvero quella compilataci dal Montucla alla pag. 40 e seguenti della sua opera più volte citata, Tomo II. Ne diede una anche il Franchini nel suo *Saggio sulla Storia delle matematiche.* (Lucca, 1821, pag. 183-186.) Crederei però che a tutte debba essere preferito il prospetto di quell' opera datoci dallo stesso Autore sul finire della Esercit. II, avvertendo che per quanto riguarda il libro VI, l'Autore rimanda al cenno più compendioso posto antecedentemente al N. 39 della Esercit. I. Dall' indicato prospetto apparisce che il più gran numero delle nuove cubature trovasi nei libri III, IV e V; nel III per tutti i solidi che nascono dalla rotazione di segmenti di circolo o di ellisse: nel

IV pei solidi simili nati dal rivolgimento di segmenti di parabola; e nel V pei simili rispetto all' iperbola. I quali rivolgimenti potendosi variare in moltissime guise, ne risulta un numero stragrande di solidi, la cui misura venne ivi per la prima volta assegnata, compresa la conferma di varie cubature prima conosciute o soltanto sospettate. Le quali cose considerando l'Autore stesso, costretto dalla evidenza, ebbe a conchiudere: « Ita ut ex his tandem studiosus animad» vertere possit quantum ultra Veterum limites per hanc priorem indivisibi» lium methodum prodierit geometria. » (Exercit. I, pag. 85.)

Se però mi dispenso dell' accennata epitome, come di cosa già fatta, credo meglio impiegato lo spazio di questa Nota nel far conoscere un insigne teorema del Cavalieri, da lui posto nel VI libro della sua Geometria, il quale versa quasi per intero sugli spazii spirali. E ciò non tanto per rivendicarlo da certuno che volle attribuirlo al geometra fiammingo Gregorio da S. Vincenzo (bastando a tal fine il dire che il libro di Cavalieri comparve nel 1635, e quello di Gregorio da S. Vincenzo nel 1647), quanto per rettificare il relativo passo del Montucla che a pag. 41, Tomo II della sua Storia, ne parla inesattamente.

Comincerò dall' esporre a modo di lemma una proposizione la quale parmi per sè sola un' invenzione delle più brillanti, presentandoci la descrizione per punti della parabola col solo mezzo di linee rette. Cavalieri medesimo ebbe a chiamarla: *novus, ni fallor, ac pulcherrimus describendi parabolam modus.*

In un triangolo rettangolo dividasi un cateto in un numero qualunque n di parti eguali, e tutti i punti di divisione si congiungano col vertice dell' angolo opposto. Dividasi poi l'altro cateto parimente in n parti eguali, e dai punti di divisione si tirino tante parallele al primo cateto: tali parallele incontreranno quelle prime congiungenti. Ora i punti d' incontro presi per ordine partendo dal vertice di cui si è detto, cioè della prima parallela colla prima congiungente, della seconda colla seconda, della terza colla terza, ec., formano colla loro successione una parabola avente per parametro una terza proporzionale dopo il primo e secondo cateto. Tale parabola passa per le due estremità della ipotenusa: l'area compresa fra i due cateti e la curva è due terzi di quella del triangolo: quindi l'area compresa fra la curva e l' ipotenusa ne è un terzo: e così la prima area doppia della seconda. La dimostrazione ne è facile e affatto elementare per mezzo dei triangoli simili: ciò intendasi per la prima parte, perchè se parlisi della seconda, vi è supposta conosciuta la quadratura della parabola dataci da Archimede. Quante altre belle cose simili a queste potreb-

bero cavarsi dalle opere del Cavalieri, spogliandole di una certa ruvidezza che è moltissimo accresciuta dall'infelicità dell'edizione e dalla forma disgraziatissima delle figure!

Vengo alla proposizione principale, permettendomi nella esposizione qualche cambiamento a fine di renderla più evidente. Immaginiamo la spirale di Archimede, cioè quella curva che è descritta da un punto, il quale, mentre si gira il raggio per descrivere un cerchio, si muove su pel raggio, dalla periferia al centro, di moto uniforme e tale che il punto mobile giunga al centro nello stesso istante in cui il raggio arriva alla posizione d'onde è partito. Ora rappresentiamoci un triangolo rettangolo di cui un cateto eguagli il raggio del suddetto circolo, e l'altro la mezza circonferenza dello stesso circolo rettificata: e in tal triangolo s'intenda descritta la parabola mediante il lemma precedente. Ecco l'insigne teorema: *la spirale terminata tra la periferia e il centro del circolo, e la parabola entro il detto triangolo sono due curve le quali, rettificate, si trovano della stessa lunghezza: di più, lo spazio chiuso dalla spirale e dal raggio generatore nella sua prima od ultima posizione, e lo spazio del triangolo mistilineo fatto dai due cateti e dalla parabola, sono fra di loro eguali.*

Il Montucla fa il triangolo rettangolo con un cateto eguale non alla mezza ma all'intera circonferenza, ed asserisce che la parabola e la spirale sono egualmente lunghe. Anche una semplice ispezione basta per capire che ciò non può essere. Nel triangolo mistilineo essendo evidentemente la parabola maggiore del cateto più lungo, se questo fosse eguale alla circonferenza, ne verrebbe che la spirale eguale alla parabola sarebbe maggiore della circonferenza del circolo; mentre è manifesto che ne deve essere minore pel principio assiomatico d'Archimede. Il Montucla aggiunge che lo spazio eguale a quello del triangolo mistilineo non è lo spazio spirale, ma l'interposto tra la spirale e la circonferenza. Il che è vero quando il triangolo è nelle condizioni da lui stabilite, ma allora la seconda parte della proposizione non più si concorda colla prima. Bisogna però convenire ch'era qui facile prendere equivoco, non rifacendo da capo la dimostrazione (il che adesso si può eseguire speditamente col sussidio del calcolo integrale), perchè quella data dall'Autore è assai complicata e laboriosa (a).

Mi sono trattenuto ad esporre il precedente teorema anche per un altro titolo. Presentemente il calcolo integrale ci insegna che le quistioni di rettifica-

(a) Vedi la seconda delle *Postille matematiche.*

zioni di curve e di spianamenti di superficie, sono, generalmente parlando, più difficili a sciogliersi che quelle di quadrature di superficie piane e di cubature di solidi di rivoluzione. Quanto a spianamenti di superficie, non se ne parla nella Geometria degli indivisibili: ma di rettificazioni di curve vi è qualche traccia, in prova di che può valere la prima parte dell' addotto teorema. Del resto, che il Cavalieri studiasse nei problemi di rettificazioni di curve, e li trovasse difficili, appare anche dalle lettere 23 settembre e 2 ottobre 1640 scritte al Rocca.

(23)

Il Guldino non tralasciò di approfittare anche della indicata circostanza per far credere che Cavalieri avesse desunto dal Keplero i principii della sua Geometria, aggiungendo ch' erasi altresì appropriate, senza farne menzione, alcune viste del Sovero, il quale avea pubblicati certi teoremi sopra figure da lui chiamate analoghe. Al che il Cavalieri rispose: « Utinam aliquid et majoris mo-» menti in publicam utilitatem ope fundamenti prædictorum auctorum invenis-» sem, nec enim erubescerem hoc publice testari, deque meis inventis tam be-» nemeritos palam profiteri. At mihi non opus fuit hos auctores sub hoc titulo » recensere (quemadmodum voluisset Guldinus, miraturque de Sovero me non » declarasse) a quibus nihil mihi mutuatum est, præterquam pauca aliqua so-» lidorum nomina a Keplero, de quibus in præfata geometria fit mentio. Sola » enim admiratio qua solent incipere philosophi philosophari, et non Keple-» riana vel Soveriana doctrina occasionem, methodi indivisibilium inveniendæ, » ea ratione qua in ejusdem præfatione aperitur, mihi suppeditavit. » (Exercit. III, pag. 182.) Quanto al Sovero poi si difese coll' argomento perentorio che il libro di lui era posteriore di un anno a quel tempo nel quale la Geometria degli indivisibili, già condotta a compimento, stava manoscritta presso i Senatori di Bologna come prova dell' attitudine del suo autore all' insegnamento matematico. È poi notabile quest' altro passo scritto nello stesso senso a pagina 194 della suddetta Exercit. III: « At si denique concederem Guldino quod to-» ties inculcat, nempe mihi aliquid luminis ex operibus Kepleri et Soveri ad » procedendum per hæc indivisibilia parallela suppeditatum fuisse (quod tamen » omnino negatur), est ne hæc summa totius artificii hujusce methodi? Nequa-» quam. Ea enim sterilis et infœcunda quodammodo remansisset, nisi miram

» eidem fertilitatem attulissent admirandæ quædam propositiones, ejusdem pe-
» culiarem usum declarantes. Præ cæteris autem insignes sunt Prop. XXIII li-
» bri II cum suis corollariis, et prop. XXXIII ejusdem libri, per quam propor-
» tiones quæcumque inter quaslibet figuras solidas inventæ ad infinitas solido-
» rum species extenduntur. In his ergo, studiose lector, utriusque methodi in-
» divisibilium nucleus concluditur, quæ vel nunquam dicti auctores, ut ex eo-
» rum operibus apparet, somniarunt. »

Che nell'anno 1629, cioè un anno prima che uscisse in luce l'opera del Sovero, la Geometria degli indivisibili fosse già scritta e consegnata al Senato di Bologna, ne abbiamo altra prova in una lettera (inedita) del Cavalieri al Galileo (Parma, 27 Marzo 1629), dove leggesi: « Mandai alli giorni passati il mio
» volume di Geometria diviso in cinque libri al signor Cesare (Marsili); ma egli
» mi rispose ch'era troppo difficile, e che per questi principj desiderava qual-
» che operetta chiara: laonde ho questa settimana composto un breve discorso
» delle Sezioni coniche e loro utilità in materia in particolare degli specchi,
» quale credo non li dispiacerà, et hoggi sto per mandargliela. »

Ma v'è di più. La Geometria degli indivisibili era lavoro già compiuto sul finire dell'anno 1627. Il Venturi (Memorie e lettere inedite di Galileo Galilei. Parte 2.ª, pag. 96) cita varie lettere del Cavalieri a Galileo tutte del 1627, recandone anche alcuni passi, dalle quali appare manifestamente quanto ho qui asserito. Notabile fra gli altri è il passo seguente: (Lettera del 17 Dicembre 1627) « Già un mese fa inviai l'opera che già componeva, qual V. S. sa, a
» Monsignor Ciampoli.... non avendo mutato quel mio fondamento di quelle
» chiamo tutte le linee di una figura piana e tutti i piani di una solida, poichè
» a me pare che sia con evidenti e solide ragioni stabilito abbastanza. » Serve a riconferma del qui esposto la lettera inedita del Cavalieri al Cardinale Federigo Borromeo, già citata nella Nota (2), ed ora pubblicata per *fac-simile*. Da tutto ciò deduciamo che ben sincero era Cavalieri quando difendevasi dall'accusa di plagio mossagli dal Guldino.

(24)

« L'epoca di tutte le scoperte deve fissarsi non già ad un primo lampo, a
» qualche idea indeterminata, o a qualche rimota relazione, ma bensì all'ana-
» lisi e allo sviluppo degli elementi che formano e definiscono un'invenzione. »

(Frisi. Elogio del Galileo, pag. 9.) Parole sapienti sono queste, e deve sentirne la verità chiunque non sia straniero alla storia delle nostre scienze.

Che se poi si volesse accuratamente indagare a chi debbansi i primissimi germi delle teoriche matematiche pel passaggio dal finito all'infinito, si troverebbe che, piuttosto che al Keplero, conviene darne il merito ad un Italiano, a Pietro Antonio Cataldi, professore nell'Università di Bologna e antecessore immediato del Cavalieri. Veggasi quanto ne scrisse il Libri. (Histoire des sciences math. en Italie. T. IV, pag. 87 e seg.)

Ho detto che Cataldi fu l'antecessore immediato del Cavalieri, il che sembra contraddire al fatto da molti asserito, del quale recammo prove anche in queste Note, essere il Cavalieri succeduto al Magini. Ma convien sapére (erudizione comunicatami dal Gherardi) che due erano in quel tempo i professori di matematica nell'Università di Bologna, i quali, per quanto spettava all'istruzione cattedratica, alternavano il soggetto delle lezioni, insegnando ciascuno di essi ogni anno quella scienza che il compagno avea insegnato l'anno antecedente. Però uno solo di loro portava il titolo di Matematico primario e di Astronomo: non per le pubbliche lezioni astronomiche, alle quali era egualmente tenuto il suo collega, ma per l'insegnamento privato d'Astronomia ch'era obbligato dare ad ogni richiesta, per l'incarico di fare le osservazioni celesti, e di compilare effemeridi e tavole, ed anche di stampar opere su tale materia. Magini, matematico primario ed astronomo, morì nel 1617: nè altri portò quel titolo fino al Cavalieri, nominato nel 1629. Ma il Cataldi, senz'essere fregiato di quell'onorevole qualificazione, durò nell'insegnamento fino al 1626, e ne sostenne per più anni da solo tutto il peso. Pertanto, se vuolsi aver riguardo unicamente al titolo, Cavalieri succedette al Magini; ma se, come pare più ragionevole, si considera l'ufficio a cui il titolo era annesso, il più vicino antecessore di lui fu il Cataldi.

(25)

« A l'égard des autres problêmes que Kepler se proposait, ils étaient la plus
» part d'une difficulté trop supérieure à la Géométrie de son temps pour qu'il
» n'y échouât pas. En effet, au defaut d'une méthode directe il employa certaines
» analogies, certaines raisons de convenance plus arbitraires que fondées dans la
» nature: aussi fut il improuvé par quelques géomètres. Un entr'autre, Alexan-

» dre Anderson, lui reprocha cette étrange manière de se conduire en géométrie,
» et montra que les vraisemblances qu'il avait prises pour guides, ne l'avaient
» conduit qu'à des erreurs. » (Montucla. Hist. des Mathém., Tom. II, pag. 31.)

Ho riportato questo passo a sostegno di un' asserzione che leggesi nell'elogio, ma avrei desiderato ch' esso fosse stato steso con tutti quei riguardi che ben meritossi il Keplero.

(26)

Potrei riferire in proposito ciò che scrisse lo storico delle matematiche nella sua opera più volte citata (Tom. II, pag. 44), ma trovo più calzante quest'altra espressione del Fontenelle, che, parlando del Roberval, dice: « Il ne vou-
» lait pourtant pas tomber dans le ridicule de revendiquer les indivisibles, il
» reconnaissait nettement que l'acte public de la prise de possession décidait
» absolument pour Cavalerius ». (Préface des Élémens de la Géométrie de l'Infini, pag. 6.)

(27)

« Dans un mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie de Berlin de 1772, et
» dont l'objet était l'analogie entre les différentielles et les puissances positives,
» et entre les intégrales et les puissances négatives, j'avançai que la théorie du
» développement des fonctions en série contenait les vrais principes du calcul dif-
» férentiel dégagés de toute considération d'infiniment petits ou de limites....
» Il peut au reste paraitre surprenant que cette manière d'envisager le calcul
» différentiel ne se soit pas offerte plus tôt aux géomètres, et surtout qu'elle ait
» échappé à Newton inventeur de la méthode des séries et de celle des flu-
» xions ». (Lagrange. Théorie des fonct. analyt. int., pag. 5.)

(28)

Ecco i luoghi dove appariscono più manifestamente le obbiezioni del Guldino: « Nunquam superficies vocari potest; plures vel omnes lineæ: cum li-
» nearum multitudo quantumvis maxima, ne minimam quidem componere queat
» superficiem ». (Exercit. III, cap. VII, pag. 198.)

f

« Omnes longitudines simul sumptæ nunquam efficiunt spatium, sive latitu- » dinem ». (Ibid., cap. VIII, pag. 203.)

« Hoc fundamentum (novæ Geometriæ) nullum est, nullius enim figuræ dari » aut assignari possunt omnes lineæ, aut omnia plana; quare per ea quæ nullo » modo sunt aut esse possunt, nihil probare possumus ». (Ibid., cap. IX, pag. 207.) E queste stesse cose si trovano anche altrove ripetute.

Dissi nell'elogio che l'Autore si difese in varie maniere, ed eziandio coll'argomento indiretto, che il suo metodo conduceva pur sempre alla verità senza mai smentirsi. Ecco i passi analoghi: « Si enim illa (methodus indivisibilium) » absolute falsa est, ut aperte hic pronuntiavit (Guldinus) non nisi falsas con- » clusiones parere poterit, et tamen nihil adhuc falsi ex tali methodo oriri ani- » madversum est: neque oriri poterit si modo recte, hoc est juxta præscri- » ptas regulas adhibeatur ». (Exercit. III, cap. VIII, pag. 202.)

Nello scolio poi annesso alla proposizione prima del libro II della Geometria degli indivisibili leggesi: « Non inutile autem mihi videtur esse animadvertere » pro hujus confirmatione, hoc pro vero supposito, quam plurima quæ ab Eu- » clide, Archimede et aliis ostensa sunt, a me pariter fuisse demonstrata, me- » asque conclusiones ad unguem cum illorum conclusionibus concordare, quod » evidens signum esse potest, me in principiis vera assumpsisse; licet sciam » et ex falsis principiis sophistice vera aliquando deduci posse, quod tamen in » tot et tot conclusionibus methodo Geometrica demonstratis, mihi accidisse ab- » surdum putarem ».

È poi in particolar modo notabile quel passo analogo dove fa osservare che il Guldino, mentre non vuol saperne di indivisibili, concede però ch'essi possono essere utili nelle ricerche geometriche, purchè si trovino poi dimostrazioni indipendenti dai medesimi: « His ergo indivisibilibus, ceu quibusdam ca- » nibus venaticis, geometras saltem ad inveniendum uti posse, ad idque pluri- » mum valere confitetur. Verum si hujus doctrinæ principia falsa sunt, ut ipse » Guldinus probare contendit, quomodo in indaganda veritate adeo fideliter ac » veraciter, ut experientia docet, ac cum aliorum inventis concordantia se ge- » rere solent? Deberet enim per hæc procedens studiosus in paralogismos ple- » rumque deviare, quod tamen recte iis utenti nunquam contingit ». (Exercit. III, ultime parole del capo V.)

(29)

Vedi la seguente Nota (38), dove ho riunito ciò che diviso in due luoghi avrebbe prodotto minor effetto.

(30)

Vedi la precedente Nota (28).

(31)

Ecco il passo che io non so leggere senza provare un sentimento di profonda venerazione verso l'uomo che potè pensarlo e scriverlo: e credo che chiunque conosca la storia di quanto è avvenuto di poi, e rifletta a questo quasi vaticinio, dovrà pure sperimentare una simile emozione dell'animo: « Sed his » nihilominus forte obstrepent philosophi reclamabuntque geometræ, qui purissi- » mos veritatis latices ex clarissimis haurire fontibus consuescunt, sic objicien- » tes. Hic dicendi modus adhuc videtur subobscurus, durior quam par est eva- » dit hic omnium linearum seu omnium planorum conceptus, quapropter hunc » tuæ Geometriæ ceu Gordium nodum aut auferas, aut saltem frangas nisi dis- » solvas. Fregissem quidem fateor, o Geometræ, vel omnino a prioribus libris » sustulissem, nisi indignum facinus mihi visum fuisset nova hæc geometriæ ve- » luti mysteria sapientissimis abscondere viris: ut, his fundamentis, quibus tot » conclusionum ab aliis quoque ostensarum veritates adeo mire concordant, alicu- » jus industria melius forte concinnatis, hujusce nodi exoptatam illis dissolutio- » nem aliquando præstare possint... Nodum vero ipsum, cui negotium facesse- » ret, non inaniter in præcedentibus libris relictum esse, quinimmo nos ipsum » alicui Alexandro aut frangendum, aut juxta scrupolosissimi cujusque Geome- » træ vota dissolvendum, merito reservasse, non inepte quispiam judicabit. » (In præfatione Lib. VII, Geom. ind.)

Il presagio vedesi anche apertamente in quest'altro passo col quale Cavalieri termina la prefazione della sua Geometria: « His igitur rite consideratis, » neminem fore existimo, qui hanc novam methodum duxerit aspernendam, » quin potius eandem, veluti auream clavem qua summæ arcis Geometriæ non-

» nullas hucusque occlusas fores reserantes, summis pulcherrimarum speculatio-
» num thesauris ditissimi fieri valeamus, albo adjecto calculo, postmodum forte
» satius comprobabit ».

(32)

« Cavalerius sentit les difficultés aussi bien que les avantages qui résultaient de
» sa méthode. Il en parla comme s'il avait prévu qu'on devait la réduire à une
» forme incontestable pour contenter les Géomètres les plus scrupuleux ; et il
» laisse ce nœud-gordien, comme il s'exprime lui-même, à quelque Alexandre...
» Isaac Newton vint à bout de ce que Cavalerius avait souhaité ». (Maclaurin.
Traité des fluxions, traduit par Pezenas, T. 1.er Int. pag. XLIX-L.)

(33)

Qui mi farò forte di quanto scrisse su questo stesso argomento il mio illustre
maestro Vincenzo Brunacci : « Il Cavalieri, nella sua Geometria degli indivisi-
» bili, ha considerato la linea, la superficie ed il solido come generati dal punto,
» dalla linea e dalla superficie continuamente fluenti: così ha somministrato al
» Newton l'idea e la parola del calcolo delle flussioni. Cavalieri di più ha stabi-
» lito, che qualunque continuo è composto di un numero infinito d' indivisi-
» bili, ed ha così somministrato al Leibnizio la parola e l' idea del calcolo infi-
» nitesimale, giacchè gl' indivisibili non sono altro che gl' infinitesimi, e lo stesso
» annoverese geometra promiscuamente usa questi due nomi nel dare i fonda-
» menti dell'algoritmo differenziale. Ma le cose del Cavalieri erano vestite di
» geometria. L'applicazione dell'algebra alla geometria, tanto promossa dal
» Cartesio che se ne può quasi chiamare l' inventore, mostrando come in po-
» che linee si scrivono lunghissimi ragionamenti, dovea necessariamente far
» nascere il desiderio di tradurre in linguaggio analitico le teorie del Cavalieri,
» che menavano allora tanto rumore. Tentò l'impresa il Wallis, e più felici di
» lui Newton e Leibnitz immaginarono contemporaneamente ciascuno un algo-
» ritmo per iscrivere le verità di quella sublime geometria e ne formarono così
» un puro ramo di calcolo, che estesero, mercè i loro simboli, alla considera-
» zione di qualunque quantità ». (Memorie dell'Istituto Nazionale Italiano, Classe
di fisica e matematica, T. I, Parte 2, pag. 82.)

Nelle Note a quella erudita Memoria lo stesso Brunacci aggiunge: « Se per » invenzione del calcolo differenziale s' intende l'averne immaginato l' algo- » ritmo analitico, certo che Leibnitz è l' inventore dei differenziali, come New- » ton lo è del calcolo delle flussioni. Ma se (qualunque pregio d' altronde s' at- » tribuisca alle caratteristiche ed ai simboli) vogliamo dar la palma dell' inven- » zione a chi ha il primo considerate le quantità sotto quel punto di vista che » permetteva d' assoggettarle ad una nuova analisi, il trionfo è del nostro Ita- » liano ».

Recato in appresso un lungo brano della prefazione alla Geometria degli indivisibili, il medesimo autore dice: « Ora parmi fuori d' ogni dubbio che in » questo passo del Cavalieri siano contenuti tanto il principio tradotto in cal- » colo dal Newton, che quello tradotto in calcolo dal Leibnitz, e che ancora » siano ben chiaramente espressi ».

Il mio maestro fece di più; per far vedere (sono sue parole) come i metodi del Wallis e del Leibnitz non siano che quello del Cavalieri in quanto alla sostanza, prese a cercare, secondo i metodi di ciascuno, la quadratura della parabola apolloniana. Condotto poi a fine il suo confronto con quella evidenza di espressione che sapea mettere in ogni sua scrittura, conchiude dicendo: « Così il calcolo differenziale altro non è che il metodo di Cavalieri tra- » dotto in analisi. È però vero che il metodo degli indivisibili trattato con i » simboli del Leibnizio, ha acquistato un' estensione, per dir così, infinita in » confronto di quella che avea tra le mani del Geometra italiano: come l' ac- » quistò la geometria delle curve d'Apollonio e d'Archimede con l' applicazione » dell' algebra che fece ad essa il Cartesio ».

(34)

« Les premiers Géomètres qui ont employé le calcul différentiel, Leibnitz, les » Bernoulli, l'Hôpital, etc., l'ont fondé sur la considération des quantités infini- » ment petites de différens ordres, et sur la supposition qu'on peut regarder et » traiter comme égales les quantités qui ne diffèrent entr'elles que par des quan- » tités infiniment petites à leur égard. Contens d'arriver par les procédés de ce » calcul d'une manière prompte et sûre à des résultats exacts, ils ne se sont point » occupés d'en démontrer les principes ». (Lagrange. Théorie des fonctions analytiques, pag. 2.)

(35)

Veggansi le tre prime definizioni del secondo libro della Geometria degli indivisibili e l'appendice susseguente, ove se ne fa la spiegazione. Veggasi anche l'Esercit. I post. XVII e tutto il Cap. VII dell'Esercit. III, e si troveranno prove replicate di quanto disse il Brunacci sul principio del passo citato nella Nota (33). Quello che parmi curioso si è che il Guldino, mentre detesta le summenzionate tre definizioni del Cavalieri, dice quanto basta per mettere a terra tutte le proprie obbiezioni. « Verum has tres definitiones nullus admittere potest Geometra, et » multo minus corollaria, quæ definitionibus annectuntur: verbo se se expedit » Geometra (Cavalerius) et dicit punctum, lineam, planum in motu semper esse in » majori loco se, quod etiam philosophi concedunt de omnibus mobilibus, et sic » punctum post se non relinquit punctum sed lineam, linea superficiem, superficies » solidum ». (Exercit. III, pag. 200.) Ecco in quest' ultime parole la risposta a tutte le difficoltà dedotte dall'eterogeneità fra la grandezza generante e la generata.

Mi viene qui l' opportunità di notare che il Cavalieri non ha mai detto asseverantemente essere il continuo niente più che la somma de' suoi indivisibili: ha egli anzi sentito trovarsi in questa somma qualche cosa di mancante per render ragione del passaggio ad una grandezza dotata di una dimensione di più. Invito il lettore a considerare attentamente lo scolio posto dopo la proposizione prima del Libro 2.° della Geometria degli indivisibili. Ora questo *di più*, questo *aliquid aliud*, come egli lo chiamava, che salva dalla eterogeneità, il N. A. andò a cercarlo nel movimento. Citerò, fra varii, un passo che trovasi alla seconda pagina del Cap. VII, Eserc. III. Dopo aver di nuovo descritta la generazione di una superficie pel moto di una linea, soggiunge: « Apud eos qui » sustinent continuum ex indivisibilibus componi, descriptio dictorum indivisi» bilium erit descriptio superficiei. Apud eos vero qui ultra hæc indivisibi» lia ponunt aliquid aliud in ipso continuo, illud dicendum erit describi in ipso » motu ». Non è (leggasi Lagrange dopo il luogo citato nella Nota precedente), non è che considerando le quantità generate per mezzo del movimento, fosse il concetto ridotto a quel massimo di semplicità, nel quale, ritenuto solo quanto è essenziale, venisse sceverata ogni idea straniera; però si usava di un artificio, trovato anche da Newton il più opportuno per evitare le difficoltà inseparabili dalla considerazione degli infinitamente piccoli.

Veggasi il principio del Trattato di Newton *De quadratura curvarum*, e facendone un diligente confronto coi passi indicati al principio di questa Nota, ognuno dovrà convenire che ivi l'Inglese riproduce non solo le idee ma anche molte parole dell'Italiano.

(36)

Adesso si volle chiamare infinitamente piccola una quantità che può ridursi minore di ogni data, e che è sempre della stessa natura della quantità di cui è attenuamento. « Lorsque les valeurs numériques successives d'une même va-» riable, étant supposées très-petites, décroissent indéfiniment de manière à » s'abaisser au dessous de tout nombre donné, cette variable devient ce qu'on » nomme un infiniment petit ou une quantité infiniment petite. Une variable de » cette espèce a zéro pour limite. (Cauchy. Calcul différentiel, pag. 4.) Così dopo la luce delle dottrine di Lagrange, forse a produrre un componimento fra le due scuole, si adottò il ripiego (non so poi se molto felice) di conservare la vecchia parola, cambiando tacitamente l'annessa idea. Non è questo il vero infinitesimo leibniziano. Per quanto si può dire, senza involgersi nell'ombra del mistero, intorno ad un concetto che Leibnizio istesso chiamò una finzione, i più dei geometri, compreso il medesimo Leibnizio (Vedi Acta Erud. Lipsiæ, an. 1695, pag. 311), non supponevano nell'infinitesimo la possibilità di un sempre ulteriore attenuamento all'indefinito (il che è poi ricondurre in maniera palliata l'indeterminato di Lagrange piccolo quanto fa bisogno), ma volevano raggiunto il limite degli attenuamenti: e siccome questo limite non è che lo zero, di qui nascea quell'imbarazzo del quale ragionava un Bernoulli colle seguenti parole abbastanza chiare: « De quelque manière cependant qu'on envisage ces infini-» ment petits, qu'on leur donne une valeur réelle avec la plupart des auteurs, » ou qu'on les fasse avec Euler égaux au zéro absolu, on rencontre des écueils, » dont la rigueur mathématique ne saurait se sauver. Le zéro n'étant qu'une né-» gation de quantité, ne peut jouir d'aucune qualité telle que celle de former des » rapports. D'un autre côté on trouve de la difficulté à négliger des quantités » réelles, sans porter atteinte à l'exactitude du calcul, et on a encore plus de » peine à concevoir les infiniment petits des différens ordres. C'est ainsi qu'avec » quelque facilité qu'on ait d'abord cru saisir les principes de Leibnitz, ils nous » échappent bientôt et nous tombons dans l'incertitude. » (Mémoires de l'Académie Royale de Turin, an. 1784-85, 2.e Partie, pag. 141.)

Aggiungerò un passo del D'Alembert che colpisce i fautori di quell'altra suddivisione della scuola infinitesimale, ove si consideravano le quantità nascenti e evanescenti, e le prime od ultime loro ragioni: e che ebbe per istitutore lo stesso Newton. « Quelques mathématiciens ont défini la quantité infiniment pe-
» tite celle qui s'évanouit, considérée non pas avant qu'elle s'évanouisse, non
» pas après qu'elle est évanouie, mais dans le moment même où elle s'éva-
» nouit. Je voudrais bien savoir quelle idée nette et précise on peut espérer
» de faire naître dans l'esprit par une semblable définition. Une quantité est
» quelque chose, ou rien. Si elle est quelque chose, elle n'est pas encore éva-
» nouie: si elle n'est rien, elle est évanouie tout-à-fait. C'est une chimère que
» la supposition d'un état moyen entre ces deux-là ». (Mélanges de Litt., d'Hist. et de Philosophie., T. V, § XIV, pag. 249.)

Mi astengo dal citare i molti e luminosi passi di Lagrange su questo argomento, perchè si potrebbe dire ch' egli non facea con essi che difendere la propria causa. Volli recare i due surriferiti (e potrei addurne altri parecchi dello stesso tenore) perchè mi sembrano preziose confessioni sfuggite a geometri di primo ordine che precedettero la scuola lagrangiana.

(37)

Ecco alcuni dei luoghi accennati: « Quod de duabus ad libitum assumptis
» verificabitur, de reliquis eadem ratione verificari concludemus. Sic namque in
» figura quam volumus ostendere esse circulum, assumptis duabus utcumque
» rectis lineis ab eo puncto ductis quod volumus probare esse centrum circuli,
» et ostendentes eas esse æquales uni tertiæ, de infinitis pariter, quæ ab eo
» puncto ad periphæriam duci possunt id tamquam probatum recipitur. Qua ra-
» tione ergo concipimus omnes lineas, omnia plana, eadem ratione congruen-
» tiam apprehendimus, vel si mavis dicere congruibilitatem, si ea omnia actu
» assignarentur ». (Exercit. III, cap. VII in fine.) Poco dopo, al finire del capo VIII della stessa Esercitazione III, leggesi: « Non est autem necesse hæc omnia
» actu assignari in continuo, ut eorum aggregata comparentur, sed sufficit in-
» tellectum ex aliquibus numero finitis assignatis, ipsa aggregata concipere, eo-
» rumque proportionem, tamquam ineffabilium radicum in lucem extrahere,
» ut eam colligat pro ipsis continuis seu figuris. Quod in omnibus dictæ Geo-
» metriæ demonstrationibus liquido apparet, in eis enim assumptis tantum qua-

» tuor utcumque magnitudinibus ex infinitis indivisibilibus, quæ forent consi-
» deranda, colligitur proportio quæsita ». Due passi analoghi potrei riferire che trovansi verso la fine del Capo X, pag. 211 e 212. Aggiungerò quello che leggesi al Capo XII, pag. 223: « Theorematice sufficit ex una intellectum perci-
» pere modum quo in reliquis id præstandum sit. Non enim pro demonstratio-
» nis veritate necesse est has figuras æqualiter analogas actu describere, sed
» sufficit intellectui illas supponere descriptas, quia ex eo quod in una recta
» fieri apprehendit, id in reliquis percipit esse possibile, et consequenter nihil
» absurdi inferri si istæ figuræ tamquam factæ supponantur. »

Queste cose scrisse il N. A. (se parlisi delle ultime tre citazioni) in relazione con quanto egli chiamava il secondo o posteriore metodo degli indivisibili. Perocchè bisogna sapere che, ad evitare le tante obbiezioni procurate da quelle parole *omnes lineæ, omnia plana,* il Cavalieri escogitò un secondo metodo, nel quale, com'egli stesso dice, non paragonava gli indivisibili *collective,* ma *distributive.* Questo concetto però non valea se non entro limiti assai più ristretti, e non potea quindi estendersi a tutti i casi abbracciati dal primo metodo. Cavalieri se ne accorse, e lo confessò apertamente alla pag. 30 della Esercitazione I, ed è perciò che nelle Esercitazioni IV e V, dove venne nella maggior vicinanza coi risultamenti che si ottengono mediante il calcolo integrale, fa sempre uso del primo metodo, cioè considera gli indivisibili collettivamente. Pertanto il vero metodo con cui furono gettati i fondamenti dell' analisi sublime fu quel primo, e ben se ne accorse il N. A. che nella prefazione del Libro VII della sua Geometria fece conoscere di distaccarsene a malincuore, siccome appare dal passo citato nella Nota (31).

(38)

Convien notare che negli aggregati d'indivisibili, come solea prenderli il Cavalieri, ci avea poi sempre un' idea sottintesa, cioè che le diverse linee di cui prendeva la somma per una superficie, e i diversi piani di cui prendea la somma per un solido, dovessero essere fra di loro equidistanti. Ciò è tanto vero che il N. A. nel Capo XV della Esercit. III fece vedere che se non prendevansi eguali gl' intervalli fra quelle linee o quei piani, si veniva a conseguenze assurde. Ora unendo a tutte le linee e a tutti i piani gl' intervalli costanti, nascono i rettangoletti nel primo caso, e i solidetti nel secondo, cioè gli elementi

alla maniera usata dai geometri posteriori. Con questa osservazione si può giustificare quanto dissero il Frisi ed il Montucla a fine di togliere quella durezza che loro sembrava trovarsi nel linguaggio assunto dal Cavalieri. Il Frisi, nel suo elogio, lasciò scritto: « In sostanza è lo stesso se alle quantità indivisibili si so-
» stituiscono delle quantità infinitamente piccole che si possono ancora dividere
» in altre parti sempre minori: se il solido si intenda composto, non già di
» semplici superficie geometriche, ma di infiniti strati paralleli di un'altezza
» infinitesima: e così pure se in una superficie si intendano infiniti rettango-
» letti infinitamente piccoli, ed infinite lineette in una linea ». (Elogio del Cavalieri, pag. 21.) E più dopo: « Per uscire da tutti gli equivoci bastava ripe-
» tere che sotto il nome di quantità indivisibili si potevano intendere ancora
» delle quantità divisibili, ma tanto piccole che non avessero alcuna propor-
» zione assegnabile colle altre quantità date e finite ». (Ivi, pag. 47.) E il Montucla: « En effet ces surfaces, ces lignes dont Cavalleri considère les rapports
» et les sommes, ne sont autre chose que les petits solides ou les parallélogram-
» mes inscrits et circonscrits d'Archimède, poussés à un si grand nombre que
» leur différence avec la figure qu'ils environnent, soit moindre que toute gran-
» deur donnée ». (Hist. des Mathématiques, T. II, pag. 38.) E poco dopo: « De
» même on doit concevoir les surfaces, les lignes, dont Cavalleri fait les élé-
» mens des figures, comme les dernières des divisions, dont nous avons parlé
» plus haut; ce qui suffit pour corriger ce que son expression a de dure et de
» contraire à la rigoureuse Géométrie ».

I suddetti geometri però non avvertirono forse abbastanza che Cavalieri, parlando degli elementi delle grandezze, limitossi sempre a fare espressa menzione di ciò solo che vi ha in essi di variabile quando si passa da uno all'altro, che è una linea nel primo caso e un piano nel secondo, tacitando sempre l'altra dimensione piccolissima costante. Ammetterò quindi la riduzione da essi proposta, che forse si operò anche nella mente di Cavalieri, ma non ammetterò che l'intervallo piccolissimo costante fosse da Cavalieri supposto infinitesimo secondo l'accettazione stabilita poi da Leibnitz, e dichiarata nella Nota (36): e ciò perchè il nostro A. in più luoghi rifiutò apertamente il concetto dell'infinitesimo introdotto da Keplero. Per citarne qualcuno, alla pag. 180 della Esercit. III, capo I, dice: « Keplerus ex minutissimis corporibus quodammodo majora com-
» ponit, iisque utitur tanquam concurrentibus, quemadmodum et ipse Guldi-
» nus asserit in subsequenti sectione III: ubi ipse tantum dico plana esse ut ag-

» gregata omnium linearum æquidistantium, et corpora ut aggregata omnium
» planorum pariter æquidistantium. Hæc autem nemo non videt quam sint in-
» ter se diversa ». Poco dopo (pag. 183) parlando degli elementi kepleriani,
a un dipresso negli stessi termini, alla parola *minutissimis* aggiunge l'altra *infinitis*. I passi poi riportati nella Nota precedente mi persuadono che di quanto spettava all'altra dimensione dell'elemento, Cavalieri ne aveva un barlume che gli faceva intravedere la maniera con cui l'avrebbe poi riguardata la migliore delle scuole moderne; ma non potendo per questa parte metter fuori chiara la sua idea, la lasciò sottintesa. E per riuscire a tenersi in serbo tale idea, senza offendere il rigore geometrico, trovò un sottile artificio, quale fu quello di far uso delle proporzioni, dicendo che una superficie stava ad un'altra come tutte le linee dell'una a tutte le linee dell'altra. Avrebbe dovuto dire : come tutti i rettangoletti dell'una a tutti i rettangoletti dell'altra: ma siccome questi rettangoletti, considerati analiticamente, erano prodotti aventi per fattore comune quella quantità piccolissima costante, nella quale stava tutto il mistero, un tal fattore comune poteva intendersi tolto nel secondo rapporto della proporzione per mezzo della divisione, e allora quel secondo rapporto era soltanto di somma di linee a somma di linee. Lo stesso dicasi in quanto allo stare i solidi fra loro come una somma di piani a somma di piani. Anche questo espediente per evitare di esporre un'idea che non gli era riuscito fissare con sicurezza, e nondimeno annunziare teoremi veri a tutto rigore, quantunque espressi in linguaggio oscuro, è tal cosa che, a parer mio, dà a divedere un acume di mente straordinario.

Per la storia della scienza debbo far osservare essere stato Pascal quegli che forse meglio d'ogni altro intese profondamente il metodo di Cavalieri e il suo linguaggio. Reco l'apologia ch'egli ne scrisse, tanto più notabile in quanto precedette l'introduzione de' metodi leibniziani: la si può riscontrare nell'operetta e nell'articolo di Carnot citati nella Nota (20). « J'ai voulu faire cet avertissement pour montrer que tout ce qui est démontré par les véritables règles
» des indivisibles, se démontrera aussi à la rigueur et à la manière des an-
» ciens: et qu'ainsi l'une de ces méthodes ne diffère de l'autre qu'en la ma-
» nière de parler : ce qui ne peut blesser les personnes raisonnables, quand on
» les a une fois averties de ce qu'on entend par là. Et c'est pourquoi je ne fe-
» rai aucune difficulté dans la suite d'user de ce langage des indivisibles, la
» *somme des lignes*, ou *la somme des plans:* je ne ferai aucune difficulté d'user

» de cette expression, *la somme des ordonnées*, qui semble ne pas être géomé-
» trique, à ceux qui n'entendent pas la doctrine des indivisibles, et qui s'ima-
» ginent que c'est pécher contre la géométrie, que d'exprimer un plan par un
» nombre indéfini de lignes: ce qui ne vient que de leur manque d'intelli-
» gence, puisqu'on n'entend autre chose par là, si non la somme d'un nombre
» indéfini de rectangles, faits de chaque ordonnée avec chacune des petites
» portions égales du diamètre, dont la somme est certainement un plan. De
» sorte que quand on parle de la somme d'une multitude indéfinie de lignes,
» on a toujours égard à une certaine droite, par les portions égales et indéfi-
» nies de laquelle elles soient multipliées. En voilà certainement plus qu'il n'é-
» tait nécessaire, pour faire entendre que le sens de ces sortes d'expressions,
» *la somme des lignes, la somme des plans*, n'a rien que de très-conforme à la
» pure Géométrie ».

Prego il lettore a por mente in particolar modo a quel periodo del recato insigne passo di Pascal, che incomincia, *De sorte que quand on parle*, ec., e a notarvi chiaramente espresse le minime porzioni eguali e indefinite in numero di una retta sottintesa, le quali tolgono l'eterogeneità e sono tutte rappresentate da quel fattore, che, come dicemmo di sopra, dispare poi nel rapporto.

(39)

Nell'articolo della *Bibliothèque Italique*, citato nella Nota (20), leggesi anche quel che segue (pag. 186, Nota): « Les infiniment petits de ce Religieux sont ceux » qu'il nomme *indivisibles*, dont la quantité est *indéfinie* ». Così era infatti. Cavalieri parlando del numero de' suoi indivisibili, piuttosto che infinito amava chiamarlo indefinito, e ciò pure gli fu appuntato dal Guldino: « spatium in quo » concipiantur esse lineæ indefinitæ (abhorret enim a vocabulo infiniti) quæ » lineæ occupent illud spatium ». (Exercit. Geom., pag. 203.) Ora noi comprendiamo che appunto la parola indefinito, aggiunta al numero degli indivisibili, indicava quel grado di divisione della quantità in elementi, al quale veniamo ad arrestarci arbitrariamente, perchè è pur necessario un appoggio alle nostre considerazioni, ma che può essere spinto innanzi a piacimento: e questa sentiamo adesso essere la vera metafisica.

(40)

Un naturale desiderio per chi legge queste carte sarà di sapere come la intendessero su questo argomento Newton e Leibnitz medesimi.

Di Leibnizio avvi negli *Acta Eruditorum* (*Lipsiæ*, 1686, p. 298) questo notabile passo: « Primi Galileus et Cavallerius involutissimas Cononis et Archimedis ar» tes detegere cœperunt. Sed geometria indivisibilium Cavalleriana scientiæ re» nascentis nonnisi infantia fuit ». Sulla quale sentenza possono farsi varie osservazioni. In primo luogo è soddisfacente per noi l'udire di bocca dello stesso Leibnizio assicurata ai due grandi geometri italiani la priorità nelle scoperte che fecero rinascere la scienza. E qui pare ch'egli abbia fatto suo un pensamento del Torricelli, il quale opinò che gli antichi avessero un metodo occulto di cui si servivano per discoprire le verità, che, discoperte, dimostravano poi per mezzo d'altri metodi più lunghi; e che un tal metodo occulto fosse appunto la geometria degli indivisibili. « Quod autem hæc indivisibilium geome» tria novum penitus inventum sit, equidem non ausim affirmare. Crediderim » potius veteres geometras hac methodo usos in inventione theorematum diffi» cillimorum, quamquam in demonstrationibus aliam viam magis probaverint, » sive ad occultandum artis arcanum, sive ne ulla invidis detractoribus pro» ferretur occasio contradicendi. Quidquid est, certum est hanc geometriam » mirum esse pro inventione compendium, et innumera quasi imperscrutabilia » theoremata brevibus, directis, affirmativisque demonstrationibus confirmare: » quod per doctrinam antiquorum fieri minime potest. Hæc enim est in mathe» maticis spinetis via vere regia, quam primus omnium aperuit et ad publicum » bonum complanavit mirabilium inventorum machinator Cavalerius ». (Torricelli, De dimensione parabolæ, pag. 56.) Secondariamente, il confessare che la geometria degli indivisibili fu l'infanzia della scienza rinascente, parmi equivalesse al dire che in essa eranvi i principii di quell'ente matematico, il quale dopo non fece che crescere a maggior vigoria. Del resto può credersi che Leibnitz qui parli della sola prima opera del Cavalieri, avente appunto per titolo: Geometria degli indivisibili. Già vedemmo, e ne toccheremo anche nelle Note seguenti, che dove Cavalieri stabilì su basi più ferme le sue dottrine, e vie maggiormente le avvicinò alle scoperte posteriori, fu nella seconda sua opera delle *Esercitazioni geometriche*. Se il Leibnitz avesse fatto cenno di quest'opera, forse avrebbe detto quell'infanzia cambiata per lo meno in adolescenza.

Circa al Newton, non potrei dire se non che in quella stessa relazione inglese, scritta lui vivente (Transact. philos., an. 1714, - 15, - 16, Vol. XXIX), dove si difendono i diritti di lui intorno all' invenzione del calcolo infinitesimale, si confessa (pag. 173) che egli considera la genesi delle quantità geometriche alla maniera del Cavalieri. Nel primo libro della grand' opera dei Principii matematici trovasi bensì rammentato il Cavalieri con gran lode nel commento, ma non nel testo: nel quale però si accenna il metodo degli indivisibili, e se ne confessa l'utilità per giungere prestamente ai risultamenti finali. Newton nominò il Cavalieri nella lettera 27 maggio 1716 all'ab. Conti insieme con Fermat e con Wallis, ma dice soltanto questi tre geometri avere sciolti parecchi problemi che appartengono a quel genere di quistioni intorno alle quali era egli allora in contesa col Leibnitz. Il lettore si ricorderà che nella Nota (35) sonosi recate prove di fatto a cui non c'è risposta.

(41)

Questa formola si cava prontamente dall' enunciato della Proposizione XXXI dell'Esercit. IV, e si riduce in sostanza ad esprimere che l' integrale (col primo limite zero) di una variabile elevata alla potenza *n*, è la variabile stessa elevata alla potenza *n* più l'unità, e divisa per *n* più l' unità. Qui si vede il primo distacco (parziale se non totale) dalle figure geometriche, e la prima contemplazione di una formola integrale enunciata colla generalità delle lettere. Cavalieri ne fu sì colpito, che nella prefazione di detta Esercit. IV chiamolla un tesoro: « Hic autem est ille thesaurus quem primus, quod sciam, occasione mensuræ fusi » parabolici detexi, quemque et ipse ante annum 1640 geometris in mea centuria » problemate ultimo patefeci atque proposui ». Si può dunque dire francamente che la prima formola di calcolo integrale porta la data del 1640. Riferirò il passo analogo della centuria, provando una singolare compiacenza nel vedere questo insigne trovato esposto dal Cavalieri con parole italiane. « Tra' quali (problemi) » non tacerò questo singolare di avere ritrovato la misura de' fusi parabolici » e loro segmenti, problema proposto dal Keplero nella sua *Stereometria Do-* » *liorum*; avendo già manifestata la misura del Cedro, dell'Oliva, del Pruno, » del Cotogno e altri da esso Keplero ricercati, e ciò supposta la quadratura del » cerchio, come si può vedere nel Libro III della mia Geometria. Ho dunque » ritrovato che se sarà un parallelogrammo nell' istessa base con una parabola,

» e intorno allo stesso asse, e si rivolgerà la parabola con il parallelogrammo » intorno alla base, generandosi dal parallelogrammo un cilindro, e dalla pa- » rabola un fuso parabolico, il cilindro al fuso sarà come 15 a 8; e susseguen- » temente ho ritrovato il modo di misurare i segmenti di esso fuso fatti dai » piani che tagliano perpendicolarmente l'asse della rivoluzione. Questo mi è » successo mediante i principii della detta mia nuova geometria, avendo prima » dimostrata quest'altra cosa non men degna di considerazione, che se in un » parallelogrammo, descritto il diametro, intenderemo tirate parallele ad un » lato di esso quante se ne possono tirare, indefinitamente di qua e di là pro- » lungate, la parte di esse che resta nel parallelogrammo, cioè (per parlare » nella lingua usata in essa geometria) tutte le linee del parallelogrammo sa- » ranno doppie di tutte le linee comprese in uno dei fatti triangoli. Tutti i qua- » drati del parallelogrammo saranno tripli di tutti i quadrati dello stesso triangolo. » Tutti i cubi saranno quadrupli di tutti i cubi. Tutti i biquadrati saranno quintupli » di tutti i biquadrati (intendo sempre quelli del parallelogrammo di quelli del » detto triangolo). Donde argomento probabilmente che tutti li quadricubi saranno » sestupli di tutti i quadricubi. Tutti i cubicubi saranno settupli di tutti i cubi » cubi, e così in infinito secondo i numeri continuamente susseguenti, benchè » io non sia arrivato colla dimostrazione se non alli biquadrati inclusivamente. » Ma perdonimi il lettore, se io, per non nascondere cosa degna della specula- » zione di sottilissimi geometri, sono trascorso in materia troppo difficile per li » puri pratici e intelligibile da pochi ». (Centuria di varii problemi, ultime pagine) (*a*).

A proposito di questo teorema ci narra il Cavalieri che alcuni Francesi tentarono di farsene autori. Egli scrive nella lettera al Rocca, 17 ottobre 1646: « Il » signor Torricelli.... ha dimostrato anch'egli la quadratura delle infinite para- » bole (come le hanno chiamate in Francia)... per via diversissima; il quale » teorema ella sa ch'io lo proposi in Francia, sebbene ora si fanno là inven- » tori del medesimo: ma io cito per testimonio il P. Mersennio, al quale lo man- » dai, ed il P. Niceroni che vedendo l'ultimo problema della mia centuria dove » io lo accenno, disse di volerlo proporre colà, siccome lo propose al Beau-

(*a*) Di questo teorema e del suo autore parla con gran lode Tomaso Thomson professore a Glascovia. Vedi la traduzione dell'articolo nella *Nuova Enciclopedia*, ec. Torino, 1812, pag. XVI.

» grand. In somma, si vede in loro anche in questa parte una emulazione grande » cogli Italiani ». — Il Bossut, nel suo *Saggio sulla storia delle matematiche*, cadde in questa ingiustizia, giacchè ivi egli attribuisce al Fermat, al Roberval e al Descartes tutto quanto fece il Cavalieri intorno alle parabole degli ordini superiori. Bisogna però dire che il Bossut non abbia conosciuto il libro delle *Esercitazioni geometriche*, del quale non parla, come pure abbia ignorato quanto fecero su questo argomento Torricelli e De-Angelis, scolaro quest'ultimo del Cavalieri.

(42)

Del rammentato scolio riporto quel brano che più m'ha colpito: « Nunc studioso innuendum duxi, hoc nedum circa gravitatem verificari sed etiam de » omni re quæ induat, ut aiunt Philosophi, modum quantitatis; et subinde hoc » de iis omnibus, præcipue vero de qualitatibus corporeis, tamquam demon» stratum recipi posse. Nemo enim puto negabit eosdem gradus quos circa gra» vitatem consideravimus, pariter ex. gr. circa lucem, calorem, colorem, aliasve » corporeas qualitates concipi posse. Si itaque supposuerimus has diffundi in pla» nis et corporibus, iisdem suppositis legibus gravitatis, nempe vel juxta ratio» nem distantiarum a limite, vel juxta quadrata, cubos, etc. eorundem distan» tiarum, certo sciemus quam rationem habeat ex. gr. lux uniformis ad diffor» mem in prima specie, secunda, tertia, etc. quæ illustrat datum planum vel » solidum; mutato enim in dictis propositionibus nomine gravitatis in nomen » lucis, eadem in iis de luce quæ de gravitate ostensa sunt, concludentur, seu » de aliis quibus vis corporeis qualitatibus: sicuti et propositiones ab iis depen» dentes ad dictas omnes qualitates pariter extendentur ». (Exercit. V, Propos. L, Sch. I, pag. 440.)

(43)

Basteranno a tal uopo le seguenti citazioni: « Finem imponemus præsenti » doctrinæ quatenus nobis licuit excultæ, aliis immensum speculationum cam» pum aperuisse sat judicantes ». (Exercit. IV, nello Scolio della Prop. XXX, pag. 302.) E sul finire della stessa Esercit. IV: « Per hæc aperti ejusdem (geo» metriæ indivisibilium) rivuli in immensum campum diffundentur. Cum enim

» rudiora tantum huius artis et communiora ob tenuitatem nostram attigerimus, » speramus eos qui, ut diximus, majori otio, ac meliori, quam ipse, sanitate » perfruuntur, illius penitiora in lucem esse prolaturos. Quibus ideo hanc pro» vinciam relinquentes, hic jacta anchora, huiusmodi speculationi finem im» ponimus ». E nello Scolio I aggiunto alla Propos. L dell'Esercit. V, pag. 441: « Hæc sunt, benigne Lector, quæ mihi in hac nova doctrina pro tenuitate mea » licuit invenire: cumque ruditer et satis imperfecte a me digesta sint, rogo ut » meos hosce qualescumque conatus æqui bonique facias, quibus saltem acriora » ingenia forte permota huiusmodi de uniformiter difformiter gravibus comple» tam, et omnibus numeris absolutam doctrinam, aliquando spero in lucem pro» ferent ».

A questi passi si può aggiungere una nuova attestazione del Torricelli, che chiamò il metodo del nostro autore *immensum Cavalerianæ Geometriæ Oceanum* (recata dal Frisi nella sua dissertazione *De methodo fluxionum Geometricarum*).

(44)

Già vedemmo nella Nota (6) una luminosa testimonianza resa dal Torricelli al Cavalieri ed altra ancora non meno solenne nella Nota (40): eccone una terza. Parlando di un proprio trovato nell'opuscolo *De dimensione parabolæ*, ec., scrisse a pag. 94: « Quoad methodum demonstrandi unicum quidem et præ» cipuum theorema duplici conatu ostendemus, et per indivisibilia, et more ve» terum. Quamquam (ut vera fateamur) primo inventum sit per indivisibilium » geometriam, qui sane verus est demonstrandi modus scientificus, semper di» rectus, et ipsi naturæ germanus. Miseret me veteris geometriæ, quæ cum in» divisibilium doctrinam, sive non noverit, sive non admiserit, circa dimen» sionem solidorum adeo paucas veritates invenit, ut ipsa penuria infelix ad » ætatem nostram pervenerit. Antiquorum enim theoremata circa doctrinam » solidorum, quota pars sunt contemplationum quas mirabilis nostro ævo Ca» valerius (omissis aliis) instituit circa tot classes solidorum specie differentium, » multitudine abundantium! »

Non mi tratterrei a far conoscere il suffragio di Stefano De-Angelis, perchè essendo egli stato scolaro del Cavalieri, e suo confratello di religione, si potrebbe crederlo non del tutto libero, ma dettato da un sentimento di affezione e di ri-

h

conoscenza. Giova però sapere che in un'appendice alla sua opera col titolo: *Sexaginta problemata geometrica,* e nella prefazione all'opuscolo: *De infinitis parabolis,* prese a difendere caldamente il suo maestro dal Bettini e dal Tacquet, i quali aveano attaccata la Geometria degli indivisibili con armi più deboli delle già adoperate dal Guldino. Di più, è il De-Angelis che ci riporta le ampie attestazioni in favore di detta Geometria, provenienti da tre matematici stranieri, cioè di Francesco Schooten olandese, di Riccardo Albius inglese, e di Ismaele Bouillaud francese. Io non le trascrivo perchè nulla contengono oltre le solite frasi di encomio e di ammirazione. Lo stesso De-Angelis, nella prefazione all'altra sua opera *De infinitorum spiralium spatiorum mensura,* aggiunge il voto di Vincenzo Viviani espresso come segue: « Ut hoc loco, ex adverso indirectæ » antiquorum viæ per duplicem positionem, luce clarius pateat quantum faci- » litatis, brevitatis, atque evidentiæ nanciscatur e nova directaque methodo » (recte tamen cauteque usurpata) acutissimi geometræ Cavalerii, per indivi- » sibilium doctrinam nobis amicissimam ». (In libro I.° De maximis et minimis, post Propos. 17.)

Il commercio epistolare più volte citato in queste Note ben prova in molti luoghi quanto il Rocca apprezzasse gli indivisibili e il loro autore. È nella lettera 1.° Novembre 1641 di questo commercio, che il Cavalieri medesimo ci narra di un geometra Aretino, Antonio Nardi, il quale, mediante gli indivisibili di cui s'era formato una grandissima pratica, ridimostrava tutte le cose d'Archimede.

Passando ad altri stranieri, oltre i tre già nominati, una lettera del Mersenne al Cavalieri è recata per intero da quest'ultimo nella sua al Rocca del 3 agosto 1641. Vi è notabile il seguente passo, pel quale veniamo istrutti come i migliori geometri di Francia di quel torno di tempo studiassero negli indivisibili. « Porro tanti faciunt nostri tuam subtilem geometriam, ut vel illam invenisse » tibi plurimum gratulentur ». Lo stesso Mersenne citò con onore il Cavalieri anche a pag. 93 della sua opera *Cogitata Physico-mathematica. Parisiis,* 1644.

Il Beaugrand fu uno de' più valenti nel servirsi del metodo degli indivisibili, e frequente fu lo scambio di lettere fra lui e l'inventore di detto metodo; essendosi i due geometri conosciuti anche di persona. Il nostro autore faceva alla sua volta gran conto del Francese: nè miglior prova potè darne che coll'inserire tutte le nuove proposizioni da lui ritrovate nella IV delle sue Esercitazioni. Incominciando una tale esposizione, dice: « Ex quibus lector intelliget hanc

» indivisibilium methodum etiam apud insignes geometras usu receptam et ex- » cultam fuisse » (pag. 283); e terminandola riferisce un brano di lettera dello stesso Beaugrand, il quale, per essere più gentile col Cavalieri, volle scrivergli in italiano, il dì 8 Novembre 1640, come segue: « La supplico di scri- » vermi se lei ha applicato la sua invenzione di dimostrare per gli indivisibili, » alla ricerca de' centri di gravità, e l' ordine che tiene, al che giugnerà se gli » piace qualchedun esempio. Veramente altrettanto stimo questa maniera di di- » mostrare, poichè è brevissima e procede direttamente e non per l' assurdo » (pag. 302).

Del Niceron (rammentato anche nella suddetta lettera del Mersenne) dice il Cavalieri (nella prefazione alla IV Esercit.), che avendolo veduto di persona, lo rese persuaso del suo metodo.

Del Wallis può consultarsi una lettera scritta da Oxford il 9 Novembre 1670 al principe Leopoldo di Toscana, la quale trovasi fra le non per anco edite che fanno appendice alle vite del Fabroni. Non riferirò le lodi ivi date al Cavalieri, poichè sono a un dipresso quelle stesse che tante volte leggemmo; m' interessa bensì il seguente passo: « Cavalerii methodum indivisibilium Torricellius vester » promovit feliciter et illustravit; quidque eidem superaddidit mea infinitorum » arithmetica, aliorum esto judicium ». Adunque egli confessa aver preso il metodo del Cavalieri a fondamento delle sue ricerche; il che conferma quello che già sponemmo nella Nota (33).

Per confortare di prova l'ultima asserzione qui espressa nell'elogio, dirò che il Daviso nella sua vita del Cavalieri reca un brano di lettera a lui scritta di Germania da un gesuita Teodoro Moreti, che contiene un' adesione a' suoi principii e lodi pari alle precedenti.

Del resto, a voler raccogliere citazioni simili desunte da scrittori contemporanei, o posteriori, io credo che si potrebbe durarla un pezzo. Per esempio, nell' articolo del Dizionario Istorico-Critico, citato nella Nota (20), trovasi la testimonianza del Dechales, celebre autore del *Mundus Mathematicus*, il quale chiama la scoperta del Cavalieri una delle più belle del secolo. — Il Vossio (De artium et scientiarum natura et constitutione. Amstelodami, 1697, pag. 179), parlando della Geometria degli indivisibili, dice: « Omnino opus est subtile, et » quo magnam ingenii, doctrinæque laudem meruerit ». — Il Micanzio (Vedi Venturi, opera sopra citata, Parte II, pag. 205) in una lettera al Galileo (9 Agosto 1636) scrive: « Ho sentito nominare il P. Cavalieri matematico di

» Bologna, ma le attestazioni di V. S. me lo mettono in concetto così grande, » ch' io lo onoro e lo ammiro in grado supremo ». Questa citazione è interessante in quanto prova come Galileo fosse l' encomiatore del Cavalieri sempre e presso tutti. — I PP. Le Seur e Jacquier, commentatori di Newton: « Hic pedem fixerant veteres, primusque longius progredi ausus est celeberrimus » Geometra Bonaventura Cavalerius qui anno 1635 indivisibilium methodum » in geometriam introduxit ». (Phil. Nat. Prin. T. I, pag. 80). — Il Cromaziano (o Buonafede) nella sua opera *Della restaurazione d'ogni filosofia* (Venezia, 1785, Tomo II): « Il Galileo e la sua scuola palesarono le meraviglie e le » lodi di questo ingegno sublime, e lo dissero nuovo Archimede e matematico » primario, che col suo altissimo metodo aveva abbassata a tenue figura tutta » la vecchia geometria ». — Potrei aggiungere altre citazioni dell'Hobbes, del Curzio, del Riccioli, del Grandi, ec., oltre le allegazioni dei tanti articoli inseriti in Dizionarii o Biografie: ma omai parmi inutile, giacchè è sempre lo stesso linguaggio da cento voci ripetuto.

(45)

Nella lettera al Rocca 28 Dicembre 1642 lo esorta a mettersi in corrispondenza di lettere col Torricelli, del quale esalta il valore nelle scienze esatte, fino a chiamarlo l'Archimede della sua età: trasportando così con umiltà grande al geometra di Faenza quella magnifica qualificazione ch'egli stesso avea ricevuta dal Galileo (Vedi Nota (7)), poi soggiunge: « Potrei dirgliene molte che sono » da lui inventate, e per la via ordinaria, e per la mia degli indivisibili, dei » quali egli è più pratico di me; ma basterà per ora e per un saggio.... In » somma è soggetto degnissimo dell'amicizia sua, e perciò l'esorterei a pren- » dere qualche occasione di comunicare con un tal soggetto, che so n'avrà gran- » dissimo gusto, e troverà altro che Fra Bonaventura Cavalieri, ridotto omai a » termine per la sua crudele infermità di non poter più far cosa di momento; » e se io in questo la posso servire, gli esibisco l'opera mia; perchè avrò per » gloriosa fortuna l'aver accoppiati insieme due soggetti d' impareggiabil va- » lore ».

(46)

Fu questo, a detta del Fabroni, un pensiero del nostro religioso geometra: « Nonne miseros eos appellabimus, qui postquam omnem ætatem in studiis

» contriverunt, turpiter ignorare videntur quid tribuendum sit Deo, quidque » valeat virtus? Hæc quidem, aiebat Cavalerius, dum Galilei aliorumque do- » ctorum hominum infortunia recordaretur, in tempestate quieta est, et lucet in » tenebris, splendetque per sese semper, et pulsa loco, manet tamen atque » hæret in patria, nec alienis unquam sordibus obsolescit ». (Fabroni. Vita Cavalerii, in fine.)

(47)

Varie citazioni addotte in queste Note provano quanto ho da prima qui detto nell'elogio (Vedi in particolare la precedente Nota (45), e la seguente (48)). Degne di essere riportate come notabili per lo schietto linguaggio sembranmi le due seguenti lettere (finora inedite) scritte a Galileo quando il Cavalieri domandavagli la sua mediazione onde ottenere la cattedra bolognese.

Molto Ill.e et Ecc.mo Sig.re e Pad.ne Coll.mo

Il signor Cesare Marsilj dice che per aiutare il mio negozio sarebbero necessarie due lettere del serenissimo Gran Duca, una per il Legato, e l'altra per il Regimento; queste possono incamminare benissimo il negozio, e l'aggiunta della sua testimonianza darli compito fine: perciò la supplico di questa, e del suo testimonio, almeno appresso il Regimento. Mi ha scritto il signor Cesare che in Bologna si suol leggere Euclide, la Sfera, le Teoriche de'Pianeti e l'Almagesto, e che però io lo avvisi se in questi mi sono profondato. Quanto all'Almagesto, io ne viddi i primi quattro libri con diligenza, gli altri li trascorsi ancora tutti, se bene non con tanta diligenza, come i primi; però all'occasione spero che del resto ancora potrò darli soddisfazione con un puoco di nuovo studio che io li faccia; delli altri non parlo, parendomi che basti il dir di haver visto l'Almagesto, non mancherò fra tanto di farvi riflessione, e con più animo, quanto meglio sentirò incamminarsi il negozio, che se non sortisse, temo che saranno causa che io mi raffreddi tanto nello studio, che io non possi applicare l'animo per l'avvenire a far cosa buona, non ostante che io tenga in mente i semi di bellissime cose, come se Iddio gli darà vita, come lo prego, e a me ancora, con comodità li farò sapere; frattanto prego Nostro Signore che li dia sanità, dolendomi molto per haver inteso dal P. R.mo nostro ch'ella sia trava-

gliata da indisposizioni, e di grazia veda se può di scrivere almeno due righe di suo pugno alli suddetti signori, e di farmi haver le suddette lettere, quali però potrà lei inviare al signor Cesare Marsilj, che le presenterà, e darà il moto al Negozio, e come spero lo ridurrà con tal mezzo al desiderato fine, con che me li confermo devotissimo et obbligatissimo servo baciandoli le mani

Di VS. M.to Ill.e e Ecc.ma
Di Parma alli 12 Gennaro 1629.

Obbl.o Servitore
Fra Bonaventura Cavalieri.

Molto Ill.e et Ecc.mo Sig.re e Pad.ne Coll.mo

Stavo pure aspettando le due lettere del Gran Duca per il Legato di Bologna, e per il Regimento, conforme li scrissi haver inteso dal signor Cesare Marsilj esser di bisogno, ma sin' hora non le ho ricevute e perciò ho scritto al signor Cesare che non trattenesse più quella del Gran Duca, che lei mi mandò, ma la facesse havere all'Ill.mo Ludovisio, e trattasse il Negozio, pensando che queste due non possino tardare a venire, siccome la prego quanto so e posso.

Ho havuto da monsignor Ciampoli 5 lettere di raccomandazione appresso l'Ill.mo Aldobrandini, Ludovisio e Spada legato, e l'Ill.mo marchese Facchinetti et il signor Cospi signori del Regimento.

Mi son risoluto mandare al signor Cesare il mio Libro di Geometria, acciò se ben non ho in stampa vegghino il preparamento, ma perchè so che forse non si troverà in Bologna chi si prenda cura di esaminare tal libro, e finalmente la concluderanno ch' io li mandi qualche cosa in Astronomia, qualche Tavola, o effemeride, e poichè io non ho applicato lo studio in questa parte distratto da quell' altro genere di materia, desidererei che VS. Ecc.ma facesse un puoco di sicurtà per me appresso quei signori con una sua lettera al Regimento, o al capo, o ad un de' principali, che in questo ancora fossero per ricevere quella soddisfazione che loro desiderano, potendosi metter loro in considerazione, che se il Magini è stato stimato in Astronomia, egli perciò non si applicò ad altra parte, come ho fatto io, non havendo per dir così messo il piede negli immensi campi delle altre parti di Matematica.

Frattanto ho revisto Tolomeo, e mi vado impossessando ancor di questa parte, e farò in tal maniera, che mai VS. sia molestata per la sicurtà che havrà di me fatta appresso quei signori, siccome la prego vogli far quanto prima con favorirmi delle due lettere già scritte, che gli professerò eterna gratitudine, e me li terrò perpetuamente obbligato.

Di VS. M.[to] Ill.[e] et Ecc.[ma]
Di Parma alli 20 Febraio 1629.

Obbl.[o] e Dev.[o] Serv.[e]
Fra BONAVENTURA CAVALIERI.

Che poi la bontà ed arrendevolezza del carattere non togliesse al nostro filosofo lo starsene franco nella propria sentenza quando il bisogno il richiedeva, potrei recarne prove cavate dalle lettere: ma sembranmi superflue per chi consideri la sua disputa col Guldino, e, quel che è più, la fermezza colla quale seppe difendere e mantenere il suo principio geometrico davanti alla formidabile autorità del Galileo. E qui mi viene in punto d'inserire un'apologia che forma continuazione alla Nota (6).

Alcuni ammiratori del Galileo, lasciatisi trasportare a qualche esagerazione da un sentimento per sua natura commendevole, vollero farci credere che il pensiero da cui venne la grand'opera del Cavalieri, fu in origine di Galileo medesimo, il quale, occupato in altre cose, consenti che il suo discepolo corresse in sua vece questo arringo. (Vedi Nelli. Vita e commercio letterario di Galileo Galilei. Losanna, 1793, Vol. II, pag. 491-494; — Libri. Histoire des sciences mathématiques en Italie, Paris, 1841, T. IV, pag. 288.)

Io credo di non restare indietro a nessuno nella giusta stima del Galileo: nè perciò m'arrischierei a dire col Frisi che Cavalieri avea maggior forza d'ingegno di lui (Elogio del Cavalieri, pag. 32), nè con un dotto Inglese (Baden Powel. Storia della filosofia naturale dai tempi più antichi fino ai nostri giorni. Versione del Demarchi. Torino, 1841, pag. 264) che Cavalieri, amico e discepolo di Galileo, era molto più profondo di lui in matematica. Ma appunto perchè il filosofo toscano è tanto ricco del suo, non reputo sia bene darsi gran moto per procurargli nuovi titoli di gloria a danno d'altrui. Si conosce il magnifico elogio che di Galileo fece Lagrange quando il proclamò per colui che

avea gettati i fondamenti della scienza del moto. « Per l'importanza di tali sco-
» perte si può dire che il fondatore della Dinamica, il creatore della teorica della
» caduta dei gravi, non la cede in merito al profondo scopritore del principio
» dell'attrazione universale ». (Mossotti. Lezioni di Fisica Matematica. Firenze, 1843, T. I, pag. 31.) Ecco in che Galileo fu veramente grande; quanto alla Geometria, se anche qui disse forse troppo il Frisi coll'asserire ch'egli la lasciò a un di presso fra i limiti e nello stato in cui l'avea ritrovata (Elogio cit., pagina 15), non penso si possa sostenere ch'egli v'abbia fatto scoperte capitali.

Sia pure che Galileo abbia in più luoghi parlato d'indivisibili (già ne toccai nell'elogio e nella Nota (6)): sia pure che avesse in animo di comporre un intero trattato sopra di essi, e vi venisse più volte eccitato dallo stesso Cavalieri (Vedi *Nelli*, luogo anzidetto); egli però considerò gl'indivisibili in geometria sotto un altro punto di vista che non fu quello sotto il quale li considerò il Matematico milanese. Mostratosi il Toscano avverso all'uso dell'infinito in geometria, andò a cercare con moltissimo acume quei casi nei quali, per l'annullarsi di qualche elemento, succede un salto e i rapporti fra le quantità vengono sformati. Ne fanno manifesta prova i due esempj (già menzionati nella Nota (6)) del cono coll'emisfero scavato in un cilindro, e degli infiniti circoli generati dal moto di punti che s'alzano fra due punti dati. Ma Galileo non si occupò, per questioni geometriche, degli altri casi tanto maggiori in numero, in cui non succedendo salto, la considerazione dell'infinito fa bellissimo giuoco; e questi secondi furono gli studiati dal Cavalieri.

Se il trattato di Galileo sugli indivisibili fosse comparso alla luce, sarebbe sicuramente stato opera degna di lui, ma è altresì certo che sarebbe riuscito tutt'altra cosa della Geometria del nostro autore. E ciò per più ragioni: 1.° Come poteva essere di Galileo una geometria, di cui non ammetteva il fondamento? Già vedemmo (Nota (6)) ch'egli respinse più volte il concetto di un infinito maggiore di un altro, e che nondimeno Cavalieri scrisse *unum infinitum alio majus dari posse pro firmissimo Geometriæ sternere auserim fundamento*. 2.° Come poteva essere di Galileo una geometria di cui non volle mai approfondire l'universale principio; ma se ne tenne sempre in dubbio, non restando, fino negli ultimi anni di sua vita, dal muoverví contro obbiezioni? Si è detto più volte che il principio universale della Geometria Cavaleriana è quello che i rapporti delle figure sono i medesimi che i rapporti delle somme di tutte le linee, o delle somme di tutti i piani. Ebbene: il più che Cavalieri potè ottenere da Galileo

intorno a tale principio, fu la confessione *che non gli pareva del tutto improbabile*. Questa parte della mia difesa è troppo importante, perchè non n'abbia a recare i documenti giustificativi. In una lettera, 2 Ottobre 1634, riportata dal Venturi (Memorie, ec., Parte II, pag. 265), Cavalieri così scrive a Galileo: « Ho sen» tito con gusto ch'Ella abbia dato una scorsa al libro, nè le paja il mio me» todo del tutto improbabile, benchè Ella dica di avervi molte difficoltà. Nè me » ne maraviglio, mentre pare ch'io trapassi all'infinito che porta seco tanti dubbj » quanti ella sa.... Pare tuttavia che alle obbiezioni, le quali si possono fare » contro, si possa dare convenevol risposta. Come per esempio a quella che » VS. Ecc.ma fa, che è veramente bellissima, parmi che si potesse così rispon» dere, ec. ». E in altra lettera, 28 Giugno 1639, recata parimente dal Venturi dopo la precedente. « Io non ardii dire che il continuo fosse composto di quelli, » ma notai bene che fra continui non vi era altra proporzione che della con» gerie degli indivisibili (presi però equidistanti, se parliamo delle linee rette e » delle superficie piane, particolari indivisibili da me considerati): il che mi » metteva veramente in sospetto di quello ch'Ella ha finalmente pronunciato » potesse esser vero. Se io avessi avuto tanto ardire, l'avrei pregata a non tra» lasciare questa confermazione, se non per la verità di essa conclusione, al» meno acciocchè altri più attentamente avessero fatto riflessione a questa mia » nuova maniera di misurare i continui ». I sostenitori della sentenza da me contrastata hanno essi posto mente a questi passi? Ecchè? Galileo sarebbe stato sì renitente ad ammettere, avrebbe anzi combattuto con obbiezioni un principio di cui foss'egli stato l'inventore? 3.° Vedemmo per attestazione medesima di Galileo (Nota (7), lettera del 21 Aprile 1629) che la scoperta del metodo degli indivisibili fu fatta dal Cavalieri nei primi anni de'suoi studj in matematica. È egli supponibile che il provetto geometra cedendo la proprietà di un suo trovato, volesse fare un sì grande sagrifizio ad un giovine che aveva appena imparato a conoscere, e glielo mantenesse poi per tutta la vita, senza che in tante lettere d'intima confidenza, corse fra loro e a noi pervenute, avesse a trasparir indizio di questa tacita convenzione? V'è di più. Cavalieri, conoscendo quanto peso l'autorità di Galileo potesse aggiungere alla sua invenzione, se gli raccomandò perchè volesse ne'suoi Dialoghi toccare degli indivisibili in relazione colla sua geometria (Lettera 10 Gennajo 1634, prodotta dal Venturi, luogo citato, colla quale s'accorda il secondo dei passi surriferiti). Ma Galileo lodò nei Dialoghi lo specchio ustorio del nostro Autore, tacendo di quel principio geo-

metrico. Inconcepibile affatto quella domanda, dato che il principio fosse di Galileo. 4.° Generoso, come sogliono essere i grandi uomini, si diede a divedere il filosofo toscano anche per un certo abbandono delle cose proprie: non crederei però che avrebbe acconsentito mai a spogliarsi della proprietà del metodo degli indivisibili, del quale (supposto che ne fosse l'autore) avrebbe sentito tutto il pregio, e l'avrebbe conosciuto non da meno di quello delle maggiori scoperte sulle quali erasi riserbato il diritto. Oltre di che m'infastidisce il solo sospetto che Cavalieri, d'animo sì nobile quale il riconoscemmo a tante prove, potesse acconsentire a prodursi al pubblico vestito delle penne dell'aquila, coll'intenzione ch'altri avesse a reputarle sue proprie. Concludiamo. Se Galileo avesse studiato a lungo negli indivisibili (il che non ha fatto), forse avrebbe trovato tutto ciò che forma la gloria di Cavalieri: come questi avrebbe promosso d'assai la scienza del moto se avesse continuato a scrivere sull'andare dei tre capitoli XXXVIII, XXXIX, XL dello Specchio Ustorio, ove pose alcune sue idee pregevolissime, oltre le imparate da chi era in tali materie maestro. L'uno e l'altro, dice il Frisi, erano genj di primo ordine (Elogio citato, pag. 32).

(48)

« Il (Cavalerius) ne propose ses vues qu'avec la modestie et les ménagemens » nécessaires à la vérité qui a le malheur d'être nouvelle: il semble demander » pardon aux géomètres d'avoir mis leur science dans un plus grand jour, et » d'en avoir augmenté l'étendue ». (Fontenelle. Préface de la Géométrie de l'infini, pag. 4, 5.)

Della virtù di cui qui si parla, spira la fragranza in tutto il commercio epistolare più volte rammentato. Nella lettera 28 Agosto 1640 scrive al Rocca: « Ella mi ha mostrato quanto il suo ingegno sia più vigoroso del mio, poichè » quello che non ho io trovato se non per luogo solido, ha ella risoluto con » dimostrazione più breve per luogo piano: del che molto mi rallegro seco e » la ringrazio, e se si contenta, la manderò in compagnia della mia con accen- » narne l'autore ».

Ecco, per un altro esempio, com'egli incomincia la lettera 2 Ottobre 1640: « Ho veduto con molto mio gusto le dimostrazioni nuove mandatemi, nelle quali » comprendo quanto in somma vaglia il suo ingegno, poichè Ella maneggia così

» bene i termini della mia Geometria nuova, come io che li ho inventati, per
» non dire meglio di me ».

Ma ciò che reca più meraviglia è l'assoggettarsi ch'egli faceva allo stesso Rocca, quasi a suo superiore. Deferendo al consiglio di lui, che gli diceva avrebbe incontrate maggiori brighe, soppresse un dialogo già composto per difendersi dal Guldino. E quando, tolta la forma del dialogo, venne al punto di pubblicare la sua difesa, così scrisse al Rocca. « Vorrei incontrare ozio e co-
» modo in V. S. acciò Ella mi potesse favorire del suo senso circa le cose che
» li pare che io deva tralasciare nel Dialogo. Se ella si trova di averne abba-
» stanza, la prego a voler mettere da parte una giornata per me, se bene io
» non sono, nè meno ha Ella voluto ch' io sia di verun merito appresso di lei.
» Se anco non può, m' ingegnerò da me stesso di schivare quelle cose che li
» parvero da tralasciare per fuggire la mordacità e le punture che porta seco
» la natura del dialogo. Sto nel proposito di pubblicare quelle mie poche co-
» succe, ch'ella sa, sotto nome di Esercitazioni Matematiche, e di queste vor-
» rei far la prima questo compendio della risposta al Guldino, poichè alcune
» delle altre Esercitazioni hanno qualche convenienza con la detta risposta....
» Però mi rimetto sempre al suo comodo, e quando anche non potesse darmi
» alcuna risposta circa queste cose, tanto resto soddisfatto della sua buona vo-
» lontà. Ma io non ho voluto tralasciare di scriverle, sì per il concerto, nel
» quale restassimo, sì anco perchè non posso più ritardare questo negozio, poi-
» chè s'avvicina il tempo di dimandare la confirmazione della lettura e vorrei
» haver stampato qualche cosa da presentare a questi Signori. Mi favorisca adun-
» que la prego del suo senso circa le dette cose, o mi dia licenza, che io da me
» le aggiusti nel miglior modo che saprò e potrò per soddisfare a quanto devo,
» e stare dentro ai termini d' ogni modestia, nel che cercherò di aggiustarmi
» più che sia possibile secondo il suo consiglio e giudicio, che si compiacque di
» darmi, tanto da me stimato, che mi ha fatto postergare ogni spesa, ed ogni
» altro interesse per dispormi a corrispondere adequatamente al suo senso in
» questo particolare ». (Lettera 30 Marzo 1645.)

(49)

Già parlai più volte nelle Note precedenti di questa controversia tra il Guldino e il Cavalieri. Nella corrispondenza del nostro Autore col Rocca se ne fa

menzione in più luoghi, e sempre con molta moderazione; voglio citare quello che ne dice nella lettera 28 Dicembre 1642, perchè parmi che da un tal motto traspaja tutta la bontà del suo carattere: « Non mi è discaro che questo padre » (Guldino) abbia preso ad impugnare il mio metodo degli indivisibili, poichè, » se io sono in errore, verrò a restare disingannato; ma s'egli è quello che si » inganna, avrà almeno fatto questo servizio alla mia Geometria, che alcuni che » non l'avrebbono mai vista, vi faranno qualche riflessione ». E chiudendo la sua Esercitazione III, ove si difese dal suo antagonista con quel valore di cui recammo più d'una prova, pose le seguenti parole, a scriver le quali voleasi al certo molta virtù, dopo aver vista malversata la più grande delle sue scoperte: « Verum hæc cum omni Guldini honore ac reverentia dicta esse volo, quem ob » aureum hoc inventum (il teorema di cui ora diremo) plurimi facio, æterna- » que fama dignum et ipse censeo ».

Il teorema è troppo noto, perchè io debba qui trattenermi a ripeterlo. Guldino lo congbietturò da molte proposizioni particolari, nelle quali lo vide costantemente verificarsi; ma non giunse a dimostrarlo in generale. È sempre un gran merito questo saper conchiudere senza ingannarsi dal particolare al generale: ma ciò concedendo, bisogna anche ammettere che a niuno meno che al Guldino spettava l'impugnare la geometria degli indivisibili. Come mai infatti egli potea credersi sufficientemente difeso da quel genere di prova che non volea concedere in favore del suo emulo? (Vedi i passi citati nella Nota (28).) Cavalieri non mancò di far notare questa specie di logica inconseguenza: « At, be- » nigne lector, si ratio a concordantia petita cum aliorum auctorum conclusio- » nibus aliter ostensis, sufficit ad principii stabilitatem ac veritatem indicandam, » juxta Guldinum: cur eadem concordantia quæ cernitur in geometria indivi- » sibilium juxta eundem sufficienter non arguet hujusce methodi veritatem? » (Exercit. III, pag. 187.) E in altro luogo: « Genuina mehercle, etiamsi alia non » suppeteret, pro mei defensione responsio: cur enim meæ geometriæ ea dene- » gabit privilegia, quibus ipse utitur in sua? cur non utræque eadem trutina » pensandæ erunt? Cur legem non patietur, quam ipse tulerit? » (Trigonometria plana et sphærica. Præf., pag. 8.) E ciò vuolsi intendere soltanto come un argomento *ad hominem:* perchè le dimostrazioni *a priori* del metodo degli indivisibili, se non persuasero il Guldino, persuasero però, siccome vedemmo, altri ben molti geometri. Chi poi avrebbe detto che il medesimo Guldino dovesse aspettarsi il massimo dei servigi da quello stesso metodo che avea sì fieramente

combattuto, e da quel Geometra che avea fatto segno di sue censure? Il capo XIV della Esercit. III porta questa intitolazione: *In quo manifestatur insignis quædam utilitas quæ ab indivisibilibus in ipsius Guldini Centrobarycam, ni illa respuisset, poterat derivari.* In esso il nostro Autore insegna il modo col quale ottenere direttamente e luminosamente dal metodo degli indivisibili quella dimostrazione generale *a priori* che il Guldino aveva lungamente e invano cercata. E in ciò fare dovette primieramente attestar cosa la quale, a dir vero, scema alquanto di merito alla scoperta Guldiniana. Narrò che prima del Guldino il suo amico Gianantonio Rocca, valente geometra di Reggio, per mezzo degli indivisibili era giunto ad un teorema, dal quale a quello del Guldino non avvi che un passo assai corto. Espose quindi la dimostrazione del suo amico, e vi aggiunse come corollario quanto mancava per cavarne il teorema Guldiniano. Terminò con ammonizioni dove si sente veramente il maestro; fece vedere quanto importi trovare le dimostrazioni dirette, perchè nelle cose geometriche, siccome egli dice, non è prudenza fidarsi troppo alle analogie, le quali qualche volta (e ne reca un esempio) finiscono per tradirci.

Noterò in fine una somiglianza di pensare intorno alle dispute scientifiche tra il Cavalieri ed il Newton, il quale pure dichiarò non volere per esse perdere la propria quiete, ch'egli chiamava *rem prorsus substantialem.* Ecco infatti le ultime parole della Esercit. III: « In his jurgiis et disputationibus potius philoso-
» phicis quam geometricis, mihi fere semper ægrotanti, nequaquam quod su-
» perest tempus inaniter terendum esse censeo. Judices erunt tot præstantes geo-
» metræ, quot scimus hac nostra ætate florere, quorum gratiam meis hisce indi-
» visibilibus conciliare pluribus dictis frustra tentavero, nisi ab eisdem accurate
» examinata, eorum suffragiis approbentur ».

(50)

Che la famiglia del nostro Matematico fosse fin d'allora tra le spettabili di Milano, e che abbia dato altri cittadini benemeriti, lo inferiamo dall'albero genealogico che se ne conserva, e dall'Argelati, il quale nelle *Addenda* alla sua *Bibliotheca Scriptorum Mediolanensium* dice: « Ex familia Cavalleria Mediola-
» nensi claruerunt sex Decuriones consilii Generalis ab anno Chr. 1388 ad 1474,
» sicut nos monuit Cl. Sitonus ». Di un Ambrogio Cavalieri Decurione leggiamo che fu spedito nel 1470 incontro a Galeazzo Maria Sforza, all'oggetto di pre-

stare il giuramento di fedeltà. Figlio di lui e di Elisabetta Dugnani fu un Lorenzo. Da lui Alfonso, il maggiore di due fratelli, che ebbe in moglie un'Angela Serbelloni, e continuò la famiglia. L'altro figlio di Lorenzo fu Bonaventura, padre del Matematico. Quest'ultimo adunque (che portò dal battesimo lo stesso nome del padre, o lo assunse quando si fece religioso) discende da un ramo laterale, e però sarà stato vero ciò che asserisce il Fabroni (nella Vita più volte citata) che non ricche ne fossero le sostanze; ma non regge la prima parte di quel detto: *neque nobili neque diviti familia.*

Alla nobiltà della prosapia, come al minimo fra gli ornamenti del Cavalieri, allude il seguente passo di una orazione funebre, della quale dirò più a lungo nella Nota (53), e che fu il primo di tutti gli elogi composti a onore di lui. « Avorum numerum in nobilitate, Ambitiosi, ne quærite; quando minimum præ » virtute ratus ornamentum, vel contempsit, vel dissimulavit; nobilitatem » suam non Avis numeravit, sed meritis: non ostentavit acceptam, sed suam » egregiis conatibus fecit: neque otiosa, sterilique contemplatione inspectavit » depictam in tabulis, sed operoso, fertilique laborum typo expressam sibi re» liquit in libris ».

(51)

Intorno alle cariche sostenute dal P. Bonaventura nelle case del suo Ordine, trovo nel Picinelli questo passo: « Nella sua Religione, similmente due volte » alle prelature fu promosso, a quella di S. Benedetto di Parma, e di S. Pietro » di Lodi: e da per tutto sempre simile a se stesso, sostenendo con eroica » lena le cariche, ne riceveva gli encomii e gli applausi ». (Ateneo dei Letterati Milanesi, pag. 94.) Il Daviso poi ci narra che nel convento di S. Maria della Mascarella di Bologna, ove morì, era priore perpetuo con Breve di Papa Urbano VIII, acciò potesse stare con più quiete, e non avesse altro superiore al quale fosse soggetto. Debbo però dire che della stanza del P. Bonaventura in Lodi non ne trovai menzione presso gli altri biografi, e che non ben corredata di notizie è la chiamata di lui, narrataci dal Ghilini, a Roma per parte di quel mons. Ciampoli, cui il Cavalieri dedicò la maggiore sua opera.

Pare che l'andata di Cavalieri a quella metropoli siasi effettuata poco prima del suo soggiorno in Parma, giacchè da Roma fu scritta una lettera di lui a Galileo (24 Febbrajo 1626), della quale il Venturi riporta alcune righe. (Memo-

rie, ec., Parte II, pag. 95.) Nell'orazione funebre più sopra citata si parla oscuramente di un tempo in cui Cavalieri sarebbe stato a Roma *amplis honoribus ac proventibus accersitus*, e vi avrebbe educati alle scienze alcuni Prelati che poi divennero Cardinali. Anche a un tal fatto (quando sia vero) non saprei trovare altro posto cronologico tranne un'epoca antecedente al Priorato di S. Benedetto di Parma. Più tardi il nostro Religioso dev'essere tornato a Roma, essendosi rinvenuta fra i documenti citati nelle Note (7) e (8) un'istanza di lui al Senato di Bologna, in data 28 Marzo 1637, ove chiede licenza di lasciare per qualche tempo le scuole, dovendosi recare a Roma onde assistere al Capitolo Generale de' PP. Gesuati, che ivi tenevasi in quell'anno la seconda Domenica dopo Pasqua. E bisogna credere che vi sia andato anche dopo, o che almeno fosse in frequenti relazioni coll'Autorità suprema residente in Roma; dicendosi nel testè ricordato elogio funebre, che dopo essere egli stato grandemente onorato da Papa Urbano, fu anche carissimo al successore Innocenzo (*habuit in deliciis vivens Innocentius*). Questo Innocenzo non può essere altri che Innocenzo X, montato sul trono papale tre anni prima della morte del Cavalieri (*a*).

(52)

La particolarità qui accennata ci vien descritta da Cavalieri stesso nella lettera al Rocca 29 Dicembre 1637. In un'altra al Galileo (inedita) dell'8 Aprile 1636 leggesi: « Io me ne sto ancora impedito de' piedi, non sperando potermi » riavere sino al caldo, tuttavia vado a leggere alle scuole, se bene non altri- » menti che in carrozza. »

Nell'Università di Bologna si mantenne poi sempre una grata memoria del Cavalieri. Ne addurrò in prova un passo di orazione inaugurale a stampa, recitata da uno de' suoi successori, dal P. Olivetano Ercole Corazza: « Quam mi- » rifice sapientissimus Bonaventura Cavallerius, hujus Archigymnasii ornamen- » tum et decus, indivisibilium methodo Geometriam exornavit! Auctorem tan- » tum summa cum laude secuti subinde Wallisius et alii multi, analyticis usi

(*a*) Trovo di dover avvertire che volendo prestar fede ad una frase del detto elogio, non sarebbe stato Papa Urbano (siccome lasciò scritto il Daviso), ma il suo successore, quegli che concesse al Cavalieri il privilegio del priorato perpetuo. A chiarir questo ed altri punti relativi alla sua dimora in Roma, feci instituire in Roma stessa varie ricerche che tornarono infruttuose.

» methodis, nova quædam ac prorsus admirabilia detegendæ veritatis artificia
» induxere. » Lo stesso Corazza, in altra orazione parimente stampata, già letta in grande assemblea di dotti e di ottimati quando fondavasi il nuovo Istituto delle Scienze e delle Arti in Bologna, invocava le forze dell'eloquenza e i fiumi dell'ingegno (secondo il cattivo gusto di scrivere che ancora durava presso alcuni) per celebrare degnamente il nome di Cavalieri e d'altri illustri.

(53)

Quanto fosse penosa questa sua infermità, meglio che dalle asserzioni de'biografi possiamo dedurlo da varie sue lettere: in particolare da quelle al Rocca, 30 Dicembre 1635, 23 Luglio 1640, 28 Agosto 1640, 19 Settembre 1641, ec. La sua morte avvenne la notte del 1.° Dicembre 1647. Il suo discepolo Daviso toccò del suo ritratto fisico e morale colle seguenti parole: « Fu di mediocre
» statura, di maniere gioviali, ornato di belle lettere, di gratissima conversa-
» zione, amato e stimato grandemente da tutti, e in particolare dai matematici
» che erano al suo tempo ». In conferma di che valga il seguente brano di lettera del P. Gesuita Andrea Spinola al Rocca quando (10 Dicembre 1647), ignorando la già avvenuta morte del Cavalieri, egli tuttavia lusingavasi di sua guarigione: « Penso che il P. Bonaventura Cavalieri sia migliorato, e però voglio
» pregare il Signore lo risani affatto, perchè di simili uomini ve n'è carestia,
» e dovrebbero campar più degli altri, poichè virtualmente sono non uno, ma
» più, e più per il ben comune che possono apportare al mondo intero ». Dell'accennata piacevolezza e festività di maniere, che malgrado la malattia si manifesta talvolta quasi un trabocco della gioja interiore di cui godono le anime virtuose, abbiamo frequenti indizj nelle lettere del Cavalieri. Veggasi quella al P. Castelli, della quale parleremo più tardi quando faremo qualche cenno delle sue opere minori; e quella al Rocca 3 Gennajo 1646, ove scherza, perchè un tale in Fiandra dava alle macchie lunari nomi di valenti matematici.

Aggiungo altre notizie procuratemi dal prof. Gherardi.

La morte del Cavalieri fu pianta in una funebre orazione da Giovan Francesco Fangarezzi, Arciprete del vicino Poggetto: è la già menzionata nelle Note (50) e (51). Venne stampata dal Monti in 8.° nel 1648 (essendosene fatta nello stesso anno altra edizione in 4.°, citata dal Fantuzzi nelle sue *Notizie sugli scrit-*

tori Bolognesi). Eccone il titolo: *Panegyricæ Querimoniæ in Parentalibus Bonaventuræ Cavalerii Jesuati, Philosophiæ et Theologiæ Doctoris præstantissimi et Felsineo in Archigymnasio Lectoris Mathematicæ primarii, etc.* Deve essere stata recitata durante la celebrazione delle solenni esequie, presenti varj ordini di persone ch'erano in relazione col Defunto a motivo delle diverse cariche ecclesiastiche e scientifiche da lui sostenute; e probabilmente declamata dal pulpito della chiesa. Pare che tutto ciò si possa conchiudere da quelle parole dell'esordio, *inter hunc tenebrosum luminum apparatum, inter hæc pullata parietum velamenta, inter hunc flebilium concentum næniarum.*

Entrando a far qualche cenno di questa orazione, dirò che vi si notano pregi e difetti. I difetti riguardano lo stile, il quale ribocca di quelle frasi ampollose e stravaganti di cui in que' tempi solevasi andar in traccia, quasi di gemme peregrine, e che accennano più presto l'abuso che la mancanza dell'ingegno. La parte pregevole sta nella copia dei pensieri e delle notizie.

Delle notizie alcune vengono in conferma di cose che già sappiamo. Per esempio, la somma facilità colla quale Bonaventura al principio di sua carriera matematica studiava ne' geometri senza bisogno di maestro (Vedi Nota (7)) è ritratta con queste rapide parole, *ut non doctus, sed natus, non institutus, sed factus extiterit.* Bella è la dipintura di sue virtù giovanili (Nota (2)). *Hæc tenera nascentis indoles virtutis fuit: hi adolescentis veris exorti flores . . . . . ex illis vos provectæ decora ætatis argumentamini.* L'Autore ci descrive il religioso giovinetto *senili vultu de virtute in virtutem progressum.*

Già toccai nell'elogio che si ammiravano nel Cavalieri le doti di esimio professore, nè tornavano a danno dell'istruzione le ricerche di lui come autore. A ciò rispondono i passi seguenti: *Sisto vos judices, Auditores, qui ejus ab ore dum pendebatis jugiter intenti, illinc divelli nesciistis . . . . At erat ea virtute, ut varietati ingeniorum cuique se accommodaret, ea suavitate verborum, ut sermone detenti se devincirent in coronam . . . . Pollebat ea inventione rerum ut novis dum studebat, doceret, etc.* Non ci era ignoto di qual trista natura fosse la malattia che travagliò il Cavalieri per tutta la vita e finalmente l'uccise: ma la descrizione che ne fa il Fangarezzi è veramente compassionevole.

Il signor Arciprete, quantunque parlasse da quel luogo e davanti quell'uditorio, non si astenne dal passare in rassegna tutte le opere del Geometra, entrando in particolari che sembrano soltanto proprj di chi è intelligente in tali studj. Per esempio, indica molto chiaramente il teorema esposto nella Nota (19),

tocca dell'aver egli grandemente promossa l'applicazione della teorica dei logaritmi (Nota (10)), ec., ec. E affinchè non mancasse di garbo una enumerazione la quale non potea per sè stessa riuscire che fredda, ad ogni opera rammentata vi pone l'Autore a confronto con qualche grande dell'antichità cui dice aver egli emulato o sorpassato. Quando parla della Geometria degli indivisibili, esce fuori col motto oraziano, *monumentum ære perennius, regalique situ pyramidum altius*, e qui la fa da oratore: ma poi con precisione geometrica aggiunge, *ex indivisibilibus visibile continuum docet componi posse.*

Debbo avvertire che in questo elogio si accenna anche qua e colà a cose intorno alle quali gli altri biografi si tennero in silenzio, ma la troppa concisione e la forma oratoria non ci permettono di cavarne cognizioni esatte. Così risultano oscuri i due seguenti periodi: *Sive evulgata ubique fama, cognitus Vir grandior de arduis difficultatibus consuleretur in Flaminia, Hispaniarum Salamantica, Galliarum Surbona, Spuletum Germaniæ jam inde prodigiosum audivere. Sive publicis in suggestibus præcipuarum Universitatum acclamationibus celeberrimus attenderetur, amabilem superis sapientem cum Venetiarum Padua, cum Tridenti Academiis, cum citerioris Galliæ Papia tota Europa demirata fuit.* Qui non si capisce se da quelle estere Università venisse il Cavalieri interpellato come matematico o come teologo, ec. Anche intorno a commissioni e lavori scientifici vi è in confuso qualche cenno che riesce inintelligibile, perchè non ne abbiamo memorie altronde; per esempio si legge in un luogo: *qualiter ingeniositate mira præaltam lacuum profunditatem evacuare, et exsiccare liceat, artificiose præmonstravit.* Notabile e lucido è poi il passo seguente, dal quale veniamo a sapere che il nostro Matematico avea messo a profitto la scienza per soccorrere alla propria infermità. *Hinc mittere silentio non debeo, quod pedibus incedere e diutino crurum languore interdictus, versatile sibi vehiculum ingeniose machinatus est, quo summorum digitorum, quibus integris tantum pollebat, beneficio se ageret ex arbitrio, et actum se rotaret utrinque, qui inventa aliorum ingeniis machinamenta jam architectatus fuerat.*

Fu anche stampata una collezione di composizioni latine ed italiane, per opera del P. Pietro Mengoli discepolo del Cavalieri, col titolo: *Le lagrime di Urania nel funerale del m. rev. P. F. Bonaventura Cavaglieri Milanese*, ec. Sono poesie che al dì d'oggi non piacerebbero (1), ma sono l'espressione di un sentito do-

(1) Quantunque le ricordate poesie non possano ora riprodursi interamente, pure lasciando

lore, e provano quanto affetto e quanta ammirazione avesse saputo inspirare il defunto.

fuori tutta quella parte che sembrami più viziata da esagerazioni e metafore, cercherò di raccozzarne alcuni versi, tanto perchè resti qualche traccia di questa collezione divenuta in giornata rarissima. Pertanto di un sonetto credo leggibile questo pezzo:

Qui giace (o passeggier deh! ferma il passo)
L'onor de'Gesuati, il Cavalieri,
Di cui ne'matematici sentieri
Più giusto altri non vibra oggi il compasso.
. . . .
Dopo tre lustri e mezzo, ecco di lutto
La cattedra in Bologna asperse e tinse,
Nè Milano lasciò col ciglio asciutto.

Di un altro sonetto:

Il cammin delle stelle e l'ampio giro
Ove in trono di luce il sol risplende,
E con felici e stabili vicende
Mesce i raggi dorati al bel zaffiro;
. . . .
Quaggiù segnasti e con paterna cura
Il fonte delle grazie in cui bevesti
Di felice scrutar ti diè ventura.
Onde se a mortal colpo oggi cadesti,
Lagrimar noi deviam come sventura,
Poichè là torni ove la mente avesti.

Ecco una buona terzina:

Morio qual visse, e tra l'angoscie fere
Di morte aprì fra'lieti labbri un riso,
Perchè rinasce a Dio chi al Mondo pere.

E un'altra:

Che se la morte in terra il discolora,
L'alma immortal tra le bellezze vere
D'una immagine nuova il cielo indora.

Fra le poesie latine, la maggior parte stranissime, mi pajono passabili le due seguenti che riporto per intero.

Qui Bonaventuræ spectas pia busta viator,
Cordeque ferales commiserante vices;

Per dar qualche notizia anche intorno alla sepoltura, noterò che il professore Gherardi trovò in antichi registri mortuarii, che si custodiscono nella parrocchia di S. Maria della Purificazione in via Mascarella in Bologna, questa annotazione. *Die* 30 *Novembris* 1647. *Objit Adm. R. Pr. Bonaventura Cavalerius Mediolanensis, hujus Conventus Prior Perpetuus, atque Mathematicarum disciplinarum publicus Lector: sepultusque fuit in Cella Sanctæ Mariæ de Mascarella a latere altaris Annunciationis B. M. V. ubi extat memoria in lapide.* Annotazione di mano del Parroco P. Placido Ghilardi da Lucca, fra le cui braccia Cavalieri esalò lo spirito. La lapide di cui qui si parla fu rimossa in tempi posteriori, e venne recentemente alle mani del Gherardi, che ne fece lunga ricerca, ridotta in due pezzi che stavano fra altri rottami sotto a sedili di botti in una cantina. Essi pezzi ravvicinati presentarono un' iscrizione, che è la seguente:

D. O. M.
A. R. P. BONAVENTVRAE CAVALERIO MEDIOLANENSI
ORDINIS IESVATORVM IN HOC COENOBIO MASCARELLAE
PRIORI PERPETVO APOSTOLICO

Ora si pensa a rimettere detta lapide in luogo decente, aggiuntavi quest' al-

Europæa putes Coryphæo justa rependi,
Rite mathematicas qui retegebat opes.
Astrorum motus cuperes? molimina? formas?
Archimedea vixit hic arte potens.
Major eo qui fixus humi, dum fingeret orbes,
Signaque, signatus militis ense perit;
Hic cœlo erectus totum lustravit Olympum,
Atque accepta Deo munera tanta tulit.
Ecquis erit potior? tu judex integer esto:
Repperit hic vitam, repperit ille necem.

Illius ossa jacent, oculis distantia nostris
Sydera, qui admovit supposuitque sibi.
Spiritus at major famulis dominatur in astris,
Quæque procul vidit, cominus astra videt.

Havvene poi un' altra la quale è veramente fra le più infelici, ma facendovisi allusione al cane che entrava nello stemma gentilizio della famiglia Cavalieri, credo non inutile il notare questa particolarità, potendo servire a distinguerla da quelle che portassero lo stesso nome.

tra iscrizione, dettata dal celebre L. Ferrucci.

AN. MDCCCXXXXIV
LAPIS QVI
INIVRIA TEMPORVM AMOTVS DIFFRACTVSQVE
OBSCVRO LOCO DELITVIT
CVRANTIBVS AEDIS PATRONIS
EGESTVS RESTITVTVSQVE EST
NE
BONAVENTVRAE CAVALERIO
GEOMETRAE MAXIMO
QVI AB ANNO MDCXXIX AD AN. MDCXLVII
INTERIOREM MATHESIM BONON. TRADIDIT
TESTIMONIVM DEESSET AMPLISS. DIGNITATIS

Che la lapide sia stata per lungo tempo nel luogo indicato più sopra, ne abbiamo per prova un'annotazione cavata da un inventario che fa parte dell'antico archivio de'PP. Gesuati in Bologna, passato ai PP. Olivetani di S. Michele in Bosco, ove si legge: *Similmente da quella parte* (*della Chiesa*) *tra la Cappella de' Salicini e l'Altare dell'Annunziata appresso alla muraglia vi si trova un' altra Arca, dove è sepolto il Padre Cavaglieri matematico Gesuato, con una memoria di marmo nel muro con sue lettere.* A dì 26 Dicembre 1668.

(54)

In una lettera di Bologna (18 Agosto 1637) tra le inedite che per la prima volta ho citato nella Nota (7), scrivendo il Cavalieri a Galileo, già più che settuagenario per confortarlo nelle sue afflizioni di spirito e di corpo, aggiunge: « Discorro seco in questa guisa per procacciare a me stesso ancora qualche con-
» solazione, che mi trovo forse in peggiore stato di Lei, attesa la qualità del
» tempo nella quale anch'io, privo dell'uso de' piedi, sono fatto vecchio in
» gioventù, e mezzo vivente nel miglior corso della vita mia. Consolisi dunque
» meco e speri che Chi di noi più intende e vede i nostri bisogni, soccorrerà a
» quelli in modo da noi non penetrato, quando l'amore verso di Lui ce lo facci
» meritare ».

(55)

« Quamvis vero multi essent intelligentes et æqui judices qui altum quod-
» dam, mirabile ac plane divinum in ejus mente se inspicere affirmarent, non
» idcirco tamen ille superbiebat: omnia Deo referebat accepta, eique dum ca-
» ste et pie satisfaciebat, veram laudem uni virtuti deberi illustri confirmaba-
» tur exemplo ». (Fabroni. Vita Cavalerii, in fine.) Può vedersi ricordata con commoventi parole la rara virtù del Cavalieri anche nelle ultime linee dell'articolo a lui intitolato da Giambattista Corniani (Secoli della Letteratura Italiana. Vol. VII, pag. 199.)

(56)

Cenni intorno alle opere minori del Cavalieri.

Comprendo sotto tale denominazione tutte le opere del nostro Autore che rimangono dopo le due primarie = *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota. Bononiæ, Ferronius,* 1635 = *Exercitationes Geometricæ sex. Bononiæ, Montius,* 1647 = delle quali avemmo frequenti occasioni di parlare nelle Note precedenti.

L'elenco più compiuto delle opere del Cavalieri ci venne accuratamente compilato dal signor Francesco Predari (*a*): mi permetto uno scambio di posto fra le due prime, perchè quantunque pubblicate nello stesso anno, quella che in detto elenco è messa per seconda uscì nel Gennajo, e l'altra in Agosto.

I. *Directorium generale uranometricum, in quo Trigonometriæ logarithmicæ fundamenta ac regulæ demonstrantur, astronomicæque supputationes ad solam fere vulgarem additionem reducuntur. Bononiæ, Tebaldinus,* 1632.

Questa è la sola tra le opere che chiamo minori, intorno alla quale siami riuscito trovare un articolo già fatto, che si estenda un po' più in là del semplice titolo per darne una qualche idea. Lo riferisco, essendone stato autore il matematico inglese Jones; esso fu poi inserito dal Chaufepié nel suo Dizionario al luogo citato nella Nota (20).

(*a*) Nel suo opuscolo recentemente uscito in luce col titolo: *Della vita e delle opere di Bonaventura Cavalieri*, ec. Milano, 1843.

« Son *Directorium* etc. contient quantité d'opérations très-utiles dans la Tri-
» gonométrie et dans l'Astronomie, dont plusieurs sont nouvelles et curieuses.
» Le fameux problème de Kepler s'y trouve si bien manié, que toute l'indu-
» strie des astronomes postérieurs n'a pu y rien ajouter d'important par rap-
» port à la pratique. Les tables trigonométriques qui sont dans cet ouvrage,
» sont excellentes, et contiennent les sinus naturels du rayon 10000000000, les
» sinus, tangentes et sécantes logarithmiques, et les sinusverses de huit en-
» droits des figures; les cinq prémières, et les cinq dernières minutes du quart
» de cercle sont calculées pour chaque seconde, les cinq minutes suivantes de
» cinq en cinq secondes, et les dix minutes suivantes de dix en dix secondes.
» C'est ici la table originale des sinusverses logarithmiques, sur laquelle toutes
» les autres ont été copiées ».

Qui noterò ch'oltre le tavole ricordate nel precedente articolo, l'opera ne porta un'altra assai estesa ove trovansi i logaritmi dei numeri sessagenarii, cioè frazioni aventi per denominatore sottinteso il 60, la quale fu dal Cavalieri calcolata a fine di facilitare i computi della regola aurea. Farò altresì osservare che l'A. riproducendo più tardi le tavole trigonometriche, ha omesso quella dei logaritmi dei senoversi, perchè avrà considerato che essendo il senoverso di un arco, eguale al doppio del quadrato del seno della metà dell'arco, diviso pel raggio, potevasi il suo logaritmo dedurre prontamente dalla tavola dei logaritmi dei seni.

Nei Capitoli III e IV della Parte terza (Vedi in particolare le pagine 203, 209, 227) Cavalieri dimostrò pel primo le celebri regole o analogie del Nepero fra cinque elementi del triangolo sferico, che l'inventore si era limitato a semplicemente enunciare. Il N. A. migliorò poi e portò a compimento queste sue dimostrazioni nel Compendio delle regole dei triangoli verso il fine.

Quanto alla più bella invenzione che contraddistingue quest'opera, se ne è di già parlato in diffuso nella Nota (19).

II. *Lo Specchio Ustorio, ovvero Trattato delle settioni coniche, et alcuni loro mirabili effetti intorno al lume, caldo, freddo, suono e moto ancora. Bologna, Ferroni*, 1632.

Scrisse Cavalieri questo trattato affinchè formasse un riscontro a quello sugli Specchi sferici pubblicato dal Magini suo predecessore nella stessa cattedra Bolognese. Il Magini non avea discorse le proprietà degli specchi parabolici, ellittici, iperbolici: Cavalieri lo fece, e presa di qui occasione di esporre le verità

geometriche che stavano a base delle sue ricerche, intitolò il suo libro anche Trattato delle sezioni coniche. Nei primi XXI Capitoli egli ne dà la teorica, nei rimanenti le applicazioni: ed è in questa seconda parte dove il libro brilla per novità di pensieri e dirò anche per proprietà di linguaggio, essendosi l'Autore proposto (sono sue parole) di dare un saggio che basti ad argomentare quali e quante sieno le prerogative di quelle tre celebri curve nel gran campo della natura.

I Capitoli XXVIII, XXIX, XXX e XXXI sono quelli dove il nostro Geometra discutendo tutto ciò che l'antichità ci tramandò intorno agli specchi di Archimede e di Proclo, e ciò che della sua linea ustoria aveva asserito Gio. Battista Porta, facendone un enigma che non ebbe poi tempo di deciferare; espone il modo da lui imaginato per render credibili le narrate meraviglie. Egli ci dà varii processi per conseguire lo stesso effetto: ma il pensiero ne è un solo, il medesimo che fu già esposto nell'Elogio. È noto che un tal concetto del Cavalieri eccitò l'ammirazione dello stesso Galileo. (Vedi Dialogo I delle Scienze Nuove, *pag. 26.*) Aveva il N. A. preso tanto amore a questo argomento, che ci narra il Ghilini com'egli negli ultimi anni della sua vita stava costruendo praticamente il suo specchio ustorio, quale lo avea teoricamente descritto nel Trattato *(a)*.

Ne' seguenti Capitoli egli previene alcuni fisici trovati, de' quali altri poi si fece onore. Per esempio: già vedemmo espressa chiarissimamente a pag. 127 l'idea de' telescopj catadiottrici; nella seguente è descritta in modo esplicito una bella e per allora molto singolare sperienza, eseguita poi più di 30 anni dopo dagli Accademici del Cimento. (*Saggi di naturali esperienze. Nona esperienza intorno al ghiaccio naturale. Firenze,* 1691.)

Gli ultimi 15 Capitoli trattano del modo di descrivere le sezioni coniche, sì per moto continuo che per punti successivi. Alcuni di que' metodi sono d'invenzione dell'Autore, in tal altro incontrossi, senza saperlo, col Sovero: notabile è quello di descrivere la parabola mediante il moto di una squadra, annunziato già dal Keplero che ne tenne celata la dimostrazione: Cavalieri la dà trovata da lui. (Vedi Cap. XLV, pag. 186.)

(*a*) Per ragioni esposte in appresso è presumibile che Cavalieri costruisse il suo specchio ustorio non più secondo il divisamento dichiarato nel libro di cui qui si parla, ma secondo quello che gli venne in mente più tardi. (Vedi la *Postilla terza*).

Dei tre Capitoli che trattano del moto, già toccai sul fine della Nota (47): in essi (mi fa riflettere il prof. Gherardi) parlandosi della composizione de' movimenti fu pronunciata per la prima volta la parola *indifferenza de' corpi al moto*, che venne poi tradotta dal Newton nell'altra di *inerzia*, avvertendo che per ben intendere il significato di questa seconda fu poi d'uopo tornare a quella prima. Molto addentro sentiva il Cavalieri anche in sì fatta parte delle matematiche, e ce lo fa conoscere egli stesso scrivendo al Galileo (Lettera 31 Agosto 1632): « Quanto a me crederei che questi elementi, voglio dire del moto, fos- » sero per piacere in altra maniera che gli elementi geometrici, e che i filosofi » fossero per aderire più facilmente ».

Fu nell'ultimo dei detti Capitoli dove venne anticipata la notizia dell'essere una parabola la trajettoria de' projetti nel vuoto. Intorno alle conseguenze di tale pubblicazione, se il lettore desidera averne piena contezza, consulti il giudizioso articolo inserito dal signor Gottardo Calvi nel T. II, pag. 331 della *Rivista Europea*, anno 1843. Qui dirò solo che quand'anche le parole colle quali il Geometra milanese ricordò ivi il Galileo, non fossero riuscite abbastanza esplicite, devesi tener per fermo che ciò accadesse contro il suo stesso pensiero, giacchè la rettitudine di sue intenzioni, se non ci venisse altronde assicurata dal conosciuto carattere di lui, ci si renderebbe manifesta pel trovarsi in poche pagine citato il Galileo fino a cinque volte coll'accento più sincero dell'ossequio e della deferenza.

Che poi un tal fatto non abbia turbata la costante amicizia fra i due filosofi, già ne dissi alcun che nella Nota (8): ora aggiungerò che anche il Nelli (Opera già citata, pag. 492) afferma che quel dissapore svanì subito, essendo Galileo rimasto sempre vero amico del Cavalieri. E vuolsene un'altra prova? Fu Galileo medesimo che scrisse al Cavalieri di mandare copia del suo Specchio Ustorio al P. Fulgenzio Micanzio, il quale desiderava leggerlo. Cavalieri ubbidì scrivendo a Galileo (Lettera 26 Agosto 1636 inedita): « Ho sentito con molto mio gusto ciò che scrive » il Reverendo Padre Fulgenzio, come credo che li dicessi nell'altra mia, e li » resto molto obbligato di avermi fatto contrarre servitù con un pari di que- » st'huomo, e non mancherò di fare quanto essa mi consiglia ». Fra Micanzio poi, con lettera 1.° Novembre 1636 riportata dal Venturi (Opera citata, Parte 2.ª, pag. 207), dà conto al Galileo di quella lettura. Tutto ciò ben fa ragione che il Galileo avea perduta ogni memoria del disgusto recatogli involontariamente dal Cavalieri colla pubblicazione di quel libro. Vi ha di più. Fu dopo

quel fatto che i legami d'amicizia fra i due geometri si strinsero vie maggiormente. Abbiamo fra i documenti ricordati nelle Note (7) e (8) una supplica del Cavalieri ov'egli chiedeva di potersi trasferire sino a Firenze per godere del beneficio di acque medicinali che sono in que' paesi, supplica cui è attergato il decreto favorevole del Senato di Bologna. Ma fatto il confronto della data con quelle di lettere conosciute, se ne inferisce che gran parte del tempo destinato alla cura de' bagni fu dal P. Bonaventura consumata, tanto nell'andata quanto nel ritorno, dimorando in Arcetri nella più intima familiarità col Galileo. Quanto l'afflitto vecchio godesse di questa visita del più diletto fra' suoi antichi discepoli (principalmente in un tempo in cui non era facile trovare chi gli desse pubbliche testimonianze d'affezione e di stima) rilevasi dalla nota postilla di una sua lettera al Micanzio. « Godo da otto giorni in qua qui appresso di » me la dolcissima conversazione del M. R. P. Bonaventura Cavalieri, matematico » dello studio di Bologna, *alter Archimedes*, ec. » (Galileo, Opere. Ediz. di Padova. T. III, pag. 107.) E si conosce qualch'altra lettera (una in particolare del Cavalieri 21 Ottobre 1636) da cui apparisce che i due amici parlavano con compiacenza di quel tempo passato insieme, quasi a ridestarne colla memoria il godimento.

III. *Compendio delle regole dei triangoli colle loro dimostrazioni. Bologna, Monti*, 1638.

IV. *Centuria di varii problemi per dimostrare l'uso e la facilità dei logaritmi nella Gnomonica, Astronomia, Geografia, ec. Bologna, Monti*, 1639.

V. *Nuova pratica astrologica di fare le direttioni secondo la via rationale*, ec. *Bologna, Ferroni*, 1639.

VI. *Appendice della nuova pratica astrologica*, ec. *Bologna, Ferroni*, 1640.

VII. *Trattato della Ruota planetaria perpetua e dell'uso di quella*, ec. *Bologna, Monti*, 1646. (Sotto il finto nome di Silvio Filomanzio.)

Ho riferiti tutti insieme questi titoli, perchè mi conviene parlare di tali operette per qualche poco promiscuamente. L'A. stesso nella prefazione della *Centuria* consiglia il lettore a farne uno studio simultaneo, cioè a leggere innanzi tratto il primo e secondo capo della *Pratica*, poi i due primi problemi della *Centuria*, poi il *Compendio*, e finalmente tutto il resto. Quei due capitoli e quei due problemi non contengono se non preliminari e definizioni. Il *Compendio* abbraccia tutte le regole per la risoluzione dei triangoli si rettilinei che sferici, già dall'A.

insegnate nel *Direttorio*, e riprodotte poi con miglioramenti nella *Trigonometria*. Questo libretto cogli altri summentovati ha per argomento precipuo quella parte di scienza che l'A. chiama Dottrina sferica. Ad essa appartengono i primi 56 problemi della *Centuria:* i seguenti 16 mirano a misurazioni di linee e superficie piane. Sieguono misure di solidità, alcune delle quali procurate coi principii della nuova geometria. Tre cose mi parvero distintamente notabili nella *Centuria*. La definizione di superficie cilindriche e coniche portata a tanta generalità che maggiore non è in uso nè meno presentemente. Il problema 80 per la misura delle botti ellittico-circolari, dove si dà una regola la quale è precisamente la medesima che oggidì si cava dalla nota formola del Rossi-Amatis dimostrata mediante il calcolo nel 1806. E il problema 81 per la cubatura dello spazio chiuso da una volta a croce, cioè fatta di quattro triangoli cilindrici eguali. L'A. espone la regola senza la dimostrazione che dice essere dedotta dai principii della sua geometria: la omette perchè troppo lunga, ma si manifesta pronto a darne notizia a chiunque se ne mostrasse voglioso. Non mi venne fatto di trovarla inserita in alcuna delle sue opere. Il problema non è de' più facili nè pure adesso che abbiamo tanto migliori mezzi.

Fu nel problema 47 della *Centuria* dove il N. A. accennando i diversi metodi per determinare la differenza in longitudine di due luoghi della terra, annunziò la soluzione più perfetta del problema, che aspettavasi dal Galileo, colle seguenti parole: « Intorno a questi modi non starò a dir altro, rimettendomi » a quello che la sottigliezza del signor Galileo mio maestro ha inventato circa » di questo, per rimediare in particolare ai difetti del primo e secondo modo, » lasciando ch'esso arricchisca il Mondo di cosa tanto bella e tanto necessaria, » particolarmente alla navigazione ». Qui porrò due osservazioni: la prima che dall'esposto ben si capisce conoscersi dal Cavalieri il metodo di Galileo per isciogliere il problema delle longitudini, ma toccarne egli con ogni riservatezza, perchè si sarà ricordato del dispiacere involontario recatogli altra volta, di cui parlammo più sopra. L'altra osservazione si è, che come Galileo non tralasciò mai, ogni volta gliene venisse il destro, di rendere testimonianza d'onore all'amico Geometra, questi dal canto suo fece lo stesso in varii luoghi delle sue opere.

Nella *Ruota planetaria* l'A. si propone lo stesso fine cui intese nella *Pratica* e nella *Appendice*, ma seguendo una diversa via. Sostituisce ai computi (ch'egli chiama la via razionale) le costruzioni grafiche e l'uso del compasso, cavando le misure da certe figure in grande a tal uopo preparate.

A proposito di quest'opera e d'altre due delle surriferite, credo bene entrare in breve apologia per liberare una cara memoria da taccia non meritata. Fu accusato il Cavalieri d'essersi piegato, almeno in parte, alle dottrine astrologiche. Il Montucla, dopo aver accennato imperfettamente le opere minori del N. A., aggiunge: « Les instances de ses auditeurs, lui en arrachèrent un autre, qui a » droit de nous surprendre; c'est un traité d'Astrologie, qu'il intitula: *Rota pla-* » *netaria*, et qu'il mit sous le nom de *Sylvius Philomantius*. Ennemi de l'A- » strologie Judiciaire, suivant l'auteur de sa vie, il eût mieux fait de ne point » céder à ces sollicitations. Est-il quelque motif qui doive porter un philoso- » phe et un amateur de la vérité à faire quoi que ce soit, qui tende à perpé- » tuer un préjugé? (Histoire des Mathématiques, Tom. II, pag. 37 e 38). Per l'opposto il Frisi asserì che in detto libro l'A. non tratta se non di argomenti astronomici, geografici e cronologici; ma replicarono in contrario alcuni giornalisti, ed il Fabroni deturpò una pagina della sua bella vita del Cavalieri, caricando su tal punto le tinte anche più dello storico francese. Il Tiraboschi pure nella sua Storia (Edizione di Milano, T. VIII, pag. 383) incolpa il Cavalieri di seguitare in qualche parte i volgari pregiudizj riguardo all'Astrologia giudiziaria. Se ho da dire quello che ne sento, parmi che tanto l'accusa quanto la difesa sieno state in tal congiuntura trattate assai leggermente, senza cioè ben considerare i libri di cui parlavasi. E di vero il Montucla non fa menzione della *Pratica* e della *Appendice*, e solo discorre della *Ruota*: e il Frisi dà prova di non aver letta la *Pratica*, dove avrebbe trovato tal passo valevole a sostenere il suo assunto meglio d'ogni discorso. Il Fabroni poi non si è nemmeno tolto la pena di confrontare le date. Quale stravaganza infatti supporre che il libro della Ruota stampato nel 1646 fosse stato scritto coll'intento di guadagnarsi il favore del Senato di Bologna, e così buscare una nomina già aggiudicatagli fin dall'anno 1629!

A ragionare pertanto senza esagerazioni nè in pro, nè in contro, convien riflettere che duplice era ne' tempi andati l'uffizio dell'Astrologo: il primo, di conoscere lo stato del cielo all'epoca di un qualche avvenimento, il secondo, di fabbricare sugli aspetti del cielo in corrispondenza con quell'avvenimento le sue ingannevoli predizioni. Ora il primo di questi uffizii, chi ben considera, non presenta cosa intrinsecamente riprovevole: per verità l'Astrologo con esso dava opera in parte a cosa vana, perchè si occupava di varie determinazioni inconcludenti per la vera scienza: ma il metodo col quale ciò fa-

ceva era scientifico nè più nè meno di quello con cui determinava le posizioni dei pianeti. L'infelicità, e dirò anche la nequizia della sua arte, stava nel secondo dei due uffici summentovati. Ciò premesso, nei libri di Cavalieri troverete ch'egli prestossi al primo ufficio, non mai al secondo: troverete ch'egli adopera i termini astrologici di significatori, di promissori, di imperanti, di antiscii, di cuspidi, di case, ec. attualmente abbandonati, quali semplici denominazioni, al pari di quelli di declinazione, di ascensione retta, di nodi, ec. rimasti in uso continuo della scienza astronomica. Ma dicendo il Montucla, senza nulla distinguere, ch'egli scrisse un trattato di Astrologia, si potrebbe credere che vi insegni anche le regole per far gli Oroscopi: il che è lontanissimo dal vero. Nessuno meglio del suo scolaro Daviso ci può in tal bisogna manifestarne la vera mente. Ebbene, nella vita che scrisse del suo maestro narra ch'egli insegnava il modo di far la figura celeste per quanto spettava alla Astronomia, *perchè alla Giudiciaria era avversissimo*. Cavalieri dunque trattando co'suoi scolari, non solo non si avvilì mai al secondo di quegli uffici, ma ne li ritrasse, secondo il poter suo, efficacemente: e ciò è ben bastante per farci capire qual senso debba darsi a qualche espressione che nell'opera della Ruota sembrasse ambigua (*a*). Qui però parmi udire chi sentenzii: Egli non doveasi prestare nè

(*a*) Il prof. Gherardi mi fa osservare esservi qualche fondamento per supporre che quei luoghi ambigui della *Ruota* riferiti dal Tiraboschi in appoggio di sua asserzione, siano stati inseriti da alcuni fautori delle dottrine astrologiche, dei quali allora Bologna abbondava, alle cui mani venisse affidata l'edizione del libro. Ce ne dà una forte presunzione quel non aver voluto il Cavalieri apporvi il suo vero nome: ma v'è di più. Si dice nella prefazione che il libro fu composto negli ozj della villa ove il nostro Astronomo erasi recato in cerca di conversazioni e di cacce; ma rimasto deluso nella sua aspettativa, perchè lasciato solo da' suoi compagni di sollazzo, e sprovvisto di schioppi, alla fine si diede, quasi per dispetto, allo studio, e gli venne fatta la Ruota planetaria. Ora tutto questo apparisce manifestamente una favola, chi consideri che il Cavalieri era in quel tempo più che mai travagliato dalla sua infermità. Altro che delizie di villa! altro che caccia! Egli aggiravasi allora a stento sopra il carruccio descrittoci dal buon Fangarezzi, tutto attratto della persona, si che la schiena gli si era curvata in arco (veggansi anche le sue lettere di quell'epoca scritte al Rocca). Poichè dunque è fuori di dubbio che quel passo della prefazione non s'accorda col vero, e fu introdotto non si sa come, havvi argomento per credere che ciò sia avvenuto anche d'altri passi, uno dei quali, quello che dà maggior presa alle accuse, trovasi appunto nella prefazione. Inoltre coloro che si sono formati una pratica per saper distinguere lo stile di diversi autori, avendo lette le altre opere italiane del Cavalieri, troveranno probabilmente in detta prefazione quanto basta perchè l'abbiano a sentenziare lavoro d'altra mano.

meno alla prima parte, sulla previsione ch' altri ne avrebbe abusato per fini superstiziosi. Riflettasi alle condizioni nelle quali trovavasi il filosofo milanese. In una sua lettera al Rocca (26 Giugno 1640) dice ch' egli occupavasi di bagatelle per accomodarsi al genio del paese dedito all'Astrologia: e in altra (28 Agosto 1640) osserva a proposito di certe sottili dimostrazioni, che non sarebbero intese a Bologna, perchè ivi si facea più capitale di un buon Astrologo, che di chi trovasse cento e mille di tali dimostrazioni. Egli avea per obbligo l' insegnare la parte teorica astronomica, e se avesse tralasciato quel primo ufficio, avrebbe defraudato i suoi alunni anche dell' insegnamento veramente utile. Che se alcuno tuttora insistesse nel dire, che dovea sceverare nell' insegnamento la parte superflua da quella che costituisce il sodo della scienza, io allora risponderei che questo è un giudicare l' uomo colle idee di adesso, senza trasportarci ai tempi in cui visse. Confrontinsi i libri di lui con quelli di pochi anni prima, e vedendoli scevri d' ogni regola tendente a favorire gli errori dell' epoca, si riconosca che in essi fecesi un gran passo per redimere l' umanità da imposture spacciate con gergo scientifico. Ma non solo il Cavalieri si astenne dall' introdurre ne' suoi libri quanto eravi di riprovevole nelle arti astrologiche: vi mise altresì una condanna di esse ben chiara e coraggiosa. Parlando di coloro che degli aspetti del cielo *cercano servirsi per soddisfare in parte al nostro infinito desiderio di sapere il futuro*, soggiunge che l' esperimento non corrispondendo al fatto, gioverà *perchè almeno da tanti modi ritrovati da noi tutti fallaci e vani, resti in parte rintuzzato il nostro orgoglio e la nostra arroganza, che pretendiamo così alto privilegio, conoscendosi essere questa facoltà propria d' Iddio, mentre disse Isaia al capo 41: « Annuntiate quæ ventura sunt in futurum, et sciemus quia Dii estis vos »*. (Nuova pratica Astrologica, pag. 128) Questo passo fu certamente ignorato dallo storico benemerito di nostra Letteratura (quasi sempre sì diligente e giudizioso): chè, se l' avesse conosciuto, non si sarebbe lasciato scorrere dalla penna anche una seconda volta (Opera cit., T. VIII, pag. 512) che il Cavalieri non ebbe coraggio di sollevarsi contro i volgari pregiudizj astrologici.

VIII. *Annotationi nell'Opera e correttioni degli errori più notabili.*

È questo un opuscoletto senza data che segue una ristampa di tavole logaritmiche sullo stesso formato della *Pratica*, della *Centuria*, del *Compendio* e dell'*Appendice*. L'A. raccolse dette quattro opere in un solo grosso volume, e

vi fece l'aggiunta del menzionato opuscolo, che contiene alcune annotazioni alla Pratica, alla Centuria ed al Compendio: sono dichiarazioni per facilitare ed illustrare varie applicazioni numeriche delle regole esposte. In fine vi è un *errata-corrige* accuratissimo che si riferisce a quelle tre opere ed alle tavole. Poi è detto che gli altri errori delle tavole sono tutti corretti a penna, si che il calcolatore se ne può servire con sicurezza. Chiunque in fatti scorra quelle tavole, vi vedrà molti numeri scritti o cambiati a mano. Era, il sappiamo, una consuetudine degna della diligenza e pazienza del nostro buon Religioso, correggere a penna gli errori tipografici incorsi nell'edizione delle sue opere. Il Gherardi mi ha fatto notare (e può fornircene una prova per via di confronto il *Fac-simile* inserito dopo le presenti Note) che le correzioni che veggonsi su tutte le copie dello Specchio Ustorio dell'edizione del 1632 sono di mano dell'Autore.

IX. *Trigonometria plana et sphærica linearis et logarithmica. Bononiæ, Benatius,* 1643.

Coll'occasione che doveansi ristampare le tavole trigonometriche, l'A. fece precedere un opuscolo da lui composto per uso de' suoi scolari, ove trovansi raccolte, come in un manuale, tutte le regole della trigonometria così piana che sferica: e al libro intero diede poi il titolo soprascritto. Non si riscontra in esso notabile novità, giacchè le cose esposte si ritrovano, quanto alla sostanza, nelle opere soprassegnate coi numeri I, III, IV; solamente è qui degno di attenzione il metodo secondo il quale la materia è distribuita: metodo compendioso ed evidente, ove le diverse regole sono ridotte a foggia di tabelle, e lo studioso può in ogni caso veder subito ciò che è dato, ciò che si cerca, e il come devesi operare per rinvenirlo, tanto volendo come non volendo far uso dei logaritmi.

Quest' operetta era il prontuario di cui continuamente servivasi il grande Domenico Cassini, come appare da due luoghi della sua *Theoria motus cometæ anni MDCLXIV.*

X. *Trattato della sfera, e prattiche per uso di essa, ec. Roma, Mascardi,* 1682.

Dall'intero titolo di quest' opera non si cava argomento sufficiente per giudicarla lavoro tutto di mano del Cavalieri e postumo. Veramente vi si legge dopo alcune righe: *opera cavata dalli manoscritti del P. Bonaventura Cavalieri... da Urbano Daviso,* ec.; e l'aver l'editore fatta questa protesta, corre-

dando inoltre il libro della vita e del ritratto del Cavalieri, ci farebbe credere che quest'ultimo ne sia veramente l'autore, e che il Daviso non abbia altro merito se non di avere ordinati i materiali già esistenti. Tale opinione sembrerebbe tanto più giustificata in quanto che nella ristampa fatta in Roma del 1690 il libro è enunciato a dirittura Sfera Astronomica del Cavalieri, e nel Tomo X an. 1691 degli *Acta Eruditorum Lipsiæ*, pag. 555, non si ammette dubbio sopra di ciò, dicendosi *Posthumus hic Auctoris celeberrimi Fœtus iterato nunc prodit opera Dom. Urbani Davisi Romani, etc.*: dopo di che si largiscono molte lodi all'editore per aver premessa una vita del Cavalieri, della quale si dà un sunto. Nondimeno proseguendo a leggere nel frontispizio della edizione del 1682, si trova: *Dato in luce colla vita di quello, e con altri problemi, riflessioni filosofiche e prattiche curiose.* Dunque il Daviso vi ha messo altresì del proprio, senza farne distinzione dal dettato del suo maestro. Il medesimo editore ci avverte che ventisei anni prima, cioè soli nove anni dopo la morte del P. Bonaventura, egli avea pubblicato, sotto nome anagrammatico, alcune pratiche intorno alla sfera con altre del P. Cavalieri, le quali furono gradite a segno, che presto ne mancarono le copie: che quindi ristampandole vi aveva anteposto un trattato della sfera fatto in sua gioventù sotto la direzione di detto suo maestro (e probabilmente un compendio delle sue lezioni), aggiuntevi nuove speculazioni, ec. Per tal modo la mescolanza riuscì ancora più intima, ed è impossibile segregarne quanto esclusivamente appartiene al nostro Autore. Notò il Gherardi non esserci permesso ascrivere al Cavalieri nemmeno tutto ciò che trovasi nel Trattato prima delle Pratiche Astronomiche, riscontrandovisi alcune speculazioni intorno a fenomeni fisici, che il Daviso produsse altrove come sue proprie. Ma non potrebb'essere che del Daviso fosse tutto il lavoro di esposizione, essendo del Cavalieri il pensiero originale? di guisa che in forza della prima ragione abbia il discepolo per un tempo creduto di poter pubblicare quelle cose sotto il suo nome, e più tardi per la seconda ragione abbia trovato doveroso di farne al maestro la restituzione? Dico questo, perchè l'acutezza di alcuni pensieri parmi ci riveli la mente del Cavalieri quale l'abbiamo imparata a conoscere dallo studio delle altre sue opere.

Che che ne sia, poichè tutto ciò che contiensi in questo libro, o è opera del Cavalieri, o è lavoro di un ingegno formato alla sua scuola e a lui devotissimo, non ne sarà forse discaro al lettore qualche cenno. Tralascio tutto ciò che riguarda quella parte di scienza che il Cavalieri chiamò Dottrina sferica, essen-

done il meglio una riproduzione del già detto nelle analoghe sopraccennate opere. Lascio inoltre tutto quanto si attiene ad opinioni di allora, che presentemente non saprebbero reggere a fronte di cognizioni più mature e ben assicurate. Toccherò di alcune nozioni fisiche, le quali anche al dì d'oggi possono meritare attenzione, almeno dal lato storico. E tra queste pure non parlerò di quelle che il Daviso annuncia apertamente siccome suoi trovati (in particolare due igrometri): nè di quelle che asserisce doversi agli studii dei due Principi de Medici. Delle rimanenti non mi sembrano da preterirsi le *ipotesi* contenute nei cap. XVII e XVIII del Trattato. L'una ha per oggetto la circolazione continua delle acque che scendendo dalle fonti e dai fiumi vanno al mare, e risalgono ad alimentare le prime scaturigini. Vi si accenna l'esperienza del sifone, ove, stando in un braccio acqua salata, e nell'altro acqua dolce, il livello è più depresso dalla prima banda. Quindi il rialzarsi, secondo l'A., dell'acqua alle sommità dei monti pel giuoco dei tubi comunicanti: ipotesi nella quale è necessario supporre (e qui sta la difficoltà) che l'acqua nel condotto ascendente perda il sale e ritorni acqua dolce. Non si accenna il circolo per l'aria prodotto dalla evaporazione alla superficie del mare, dei laghi e dei fiumi; causa sufficiente, secondo i moderni, a dar ragione del fatto. Così pure nel capitolo seguente vedesi chiarissimamente prevenuta l'ipotesi che vorrebbe i vapori vescicolari fatti di tante bolle ove un involucro sferico liquido contenga un'aria più rarefatta dell'ambiente, in modo che la bolla intera si sostenga e s'alzi come una piccola mongolfiera. Solamente l'A. usa la parola fuoco dove i moderni dicono calore. Questa ipotesi, mediante la quale Saussure e Fresnel cercarono assegnare la causa dello stare sospese nell'aria la nebbia e le nubi che poi si convertono in pioggia, fu combattuta da forti obbiezioni; ma non manca tuttora di difensori, nè si può negare essere ingegnosissima. Veggasi anche subito dopo, come l'Autore la pensava intorno alla formazione della grandine: quel divisamento fu riprodotto dal Regnault. (Trattenimenti fisici. T. III. Venezia, Coleti, 1740, pag. 156.)

XI. *Lettera d'argomento idraulico* in risposta ad altra del P. Benedetto Castelli. — Sta nella raccolta d'autori che trattano del moto delle acque. Firenze, 1723, T. I, pag. 179. Nella quarta edizione di Bologna, 1822, T. III, pag. 207.

Avea scritto il Castelli al Cavalieri di un fenomeno che gli era occorso di osservare, cioè che togliendo porzione di una corrente la quale affluiva sopra un

bacino, e poi togliendone la residua, quantunque la prima mole d'acqua sottratta fosse maggiore della seconda, stando quella a questa come 5 a 4, pure la prima volta il supremo livello erasi abbassato di un piede, e la seconda di due piedi. Questo abbassamento doppio originato da una sottrazione minore, apparve al Castelli *meraviglioso e totalmente inopinabile.* — Il Cavalieri nella sua risposta tenne tutto il far umile di uno scolaro verso il suo antico maestro, ma soggiunse che dopo matura considerazione quel fatto gli riusciva piano e naturale. E qui stabilì a dirittura un teorema, che gli studii posteriori confermarono, quando la corrente è lenta; cioè, che la portata di un fiume è proporzionale al quadrato dell'altezza. Ecco le precise parole dell'Autore: « Stimo che » tutto dipenda da questa proposizione: che l'acqua che scorre in un alveo in » un dato tempo, coll'acqua che scorrerà nello stesso alveo pure nel dato tempo » (divertita una parte di detta acqua), avrà la stessa proporzione che avrà il » quadrato della prima altezza al quadrato della seconda altezza, che si fa dopo » la diversione ». Posto questo principio, il fatto di cui meravigliava il Castelli, si dimostra subito essere una conseguenza necessaria. Ora si consideri: Cavalieri confessa di non aver familiari le quistioni sul moto delle acque; Castelli invece ne era il legislatore; eppure il primo appena vi pone la mente, scopre un teorema che il secondo non seppe di subito vedere. Castelli stesso fu colpito del trovare qui un superiore nel già suo discepolo: ma onest'uomo come era, gli rese giustizia, e scrivendo ad uno de'Signori di Venezia, disse: « Mando a V. E. » la copia della risposta che ho avuta dal P. Matematico di Bologna, e vedrà la » sublimità di quell'ingegno: poichè a lui ancora nel principio è paruta la pro» posta mia intorno allo sbassamento della Laguna meravigliosa ed inopinabile, » ma poi considerata bene con i saldi fondamenti della dottrina del mio discorso » della misura delle acque correnti, gli è paruta non solo vera ma necessaria ». (Lettera 8 Febbrajo 1642, Roma.) — Può vedersi altra onorifica testimonianza resa dal Castelli al Cavalieri a pag. 66 de'suoi Opuscoli filosofici. Bologna, 1669.

XII. *De Echeis, hoc est de Vasis theatralibus de quibus mentionem fecit Vitruvius,* lib. V, cap. V. — Sta nelle *Exercit. Vitruv.* del Poleni, pag. 283 dell'edizione di Padova, 1759.

Opuscolo che è una versione latina del capo XXXVI dello *Specchio Ustorio*, fatta da diversa mano, del quale nulla dissi sotto il N. II, sapendo di doverne parlare in questo luogo. — Solevano gli antichi, per testimonianza di Vi-

truvio, oltre il fare i teatri di forma circolare, collocare entro nicchie scavate nel muro certi vasi risonanti, ad uno o più ordini: e tutto ciò per rendere più chiara ed armonica la voce secondaria riflessa dalla rotondità del teatro. Ma nulla sappiamo circa la forma di que' vasi e di quelle celle, nè circa le proporzioni degli uni e delle altre rispetto alla grandezza dei teatri. Cavalieri pertanto, che avea tentato di riprodurre lo specchio d'Archimede, si adoperò altresì per indovinare alcun che di quanto rimane qui d'incognito dopo i documenti di Vitruvio. Egli vorrebbe le celle di forma ellittica secondo entrambe le curvature, cioè porzioni di ellissoide aventi un fuoco sul loro davanti, e l'altro al luogo dei recitanti: farebbe poi i vasi di forma iperbolica col fuoco coincidente coll'anzidetto. Mostra che mediante questa od altra costruzione suggerita di poi, la voce rimbalzata uscirebbe all'uditorio di tal maniera che, rinforzandosi per le concordi riflessioni dei molti vasi, riacquisterebbe molto di quanto perdette in intensità nella sua diffusione a distanza.

Il celebre Filippo Schiassi, in una Memoria inserita alla pag. 273, Tom. II dei *Novi Commentarii Academiæ Scientiarum Instituti Bononiensis*, ricorda l'autorevole voto del Poleni, il quale, dopo aver fatto ragionamento dei diversi tentativi diretti a investigare la forma degli antichi vasi teatrali, qualifica l'ipotesi del Cavalieri per la più probabile.

XIII. *Lettera d'ottico argomento* al Galileo (11 Marzo 1636).

Vedemmo sotto il N.° II che il Cavalieri cercò indovinare qual fosse la struttura degli specchi ustorj degli antichi, e pensò che l'artificio stesse nel condensare la luce solare per mezzo di una combinazione di specchi curvi. Ma più tardi egli opinò potersi ottenere lo stesso intento anche adoperando un solo specchio parabolico: l'esposizione di questo suo divisamento forma il soggetto della lettera. In altra, parimente al Galileo, dell'8 Aprile, stesso anno, aggiunge: « Mi parea che l'adoperarne uno solo (specchio) che equivalesse a due, » fosse di qualche avvantaggio, e cosa di maggior considerazione che quel che » ho stampato ». Apparirebbe da qualche cenno, che il Granduca di Toscana fosse fatto consapevole del nuovo progetto del Cavalieri per ricostruire lo specchio ustorio, e che l'applaudisse e l'incoraggiasse. Questi poi non si limitò ad una semplice speculazione teorica; scrivendo di nuovo al Galileo (Lettera 6 Maggio 1636) così si esprime: « Ella già sentì il mio pensiero: havrei caro mi » dicesse se stima riuscibile l'effetto con uno specchio solo, conforme ch'io li

» scrissi. Non ho per anco potuto mettere le mani in pasta per vederne qual-
» che prova anche in piccolo, sì perchè non si può aver costrutto di operaj,
» che voglino haverci pazienza, essendo tuttavia questi di poca pratica: sì an-
» che per essere io impedito de' piedi, ec. ». Sappiamo da ultimo che il nostro Geometra determinossi a fabbricarsi da sè stesso l'ideato stromento (il che s'accorda col detto del Ghilini ricordato sotto il N.° II). Di fatto, in altra lettera al Galileo (27 Maggio 1636) si legge: « Quanto allo specchio, non mi potendo
» troppo movere, e dall'altro canto non potendo cavar costrutto da questi ope-
» raj, vado assai lento, ma si assicuri ad ogni modo che voglio vederne qual-
» che esperienza, massimamente per servire S. A. S.ma ». Tutte le lettere citate in questo articolo sono fra le inedite (*a*).

Chiudo l'elenco delle opere del Cavalieri dichiarando non essere a mia cognizione che altre ve ne siano di pubblicate sotto il suo nome: ben so esistere altre lettere oltre le molte ricordate nel decorso di queste Note. Se mai si progettasse un'edizione completa delle opere del N. A., raccomanderei di non dimenticare la raccolta delle lettere, alcune delle quali equivalgono a brevi memorie. Fra quelle scritte al Rocca ve ne ha di interamente scientifiche, con corredo di calcoli e figure: è però vero che il meglio delle cose in esse contenute fu poi dall'Autore riordinato e inserito nelle sue Esercitazioni Geometriche. — Aggiungo quattro articoli staccati intendendo di esaurire con essi, per quanto fu a me possibile, il mio argomento.

E sia il primo un cenno delle altre molte invenzioni, di cui sappiamo che il Cavalieri era al possesso, ma che perirono con lui, non avendo egli avuto tempo di farle conoscere. Vedemmo di già (Nota (15)) l'assicurazione che ce ne diede l'Autore stesso in quel luogo dove si lagna che il suo male non gli abbia permesso nemmeno di spiegar meglio il suo pensiero intorno all'idracontisterio. Ad un lavoro più lungo in continuazione della Esercitazione quinta (che è quella dove il Cavalieri avea incominciato a mostrare l'applicabilità del metodo degli indivisibili anche a questioni fisiche) accenna egli medesimo colle seguenti parole: « Qualiscumque sit hæc doctrina, eam tuo judicio, studiose lector, subji-

(*a*) Vedi lo scritto di cui qui si parla riportato per disteso nella terza delle *Postille matematiche.*

» cere volui, cui si haud displicuisse cognovero, ad eam accuratius elaboran-
» dam, si Deus vitam, mitioremque ægritudinem concesserit, omnes nervos
» contendam, ut hæc tibi melius concinnata ac graphice descripta amplius sa-
» tisfacere possint » (pag. 324). Nella stessa Esercitazione leggesi a pag. 402:
« Agnoscet facile studiosus qualia et quot scitu digna cogimur intermittere, ut
» alias sæpe admonui, quæ lector puto æqui bonique faciet, nec id ei omnino
» ingratum futurum spero, cum in hac doctrina excolenda amplissimus eidem
» locus relinquatur ». In una lettera al Rocca (1 Maggio 1644) dice che gli si aggirava pel capo una speculazione totalmente diversa da quelle sulle quali erano soliti intrattenersi, ma gliela tace, riserbandosi di discorrerne con lui a voce. Invitavalo quindi a venirlo a visitare, e restar seco per alcuni giorni nel suo Convento di Bologna, ove gli esibiva una cella da povero frate, aggiungendo che sperava avesse a intervenire anche il Torricelli, e così potessero formare un triumvirato. (Lettere 7 e 21 Settembre 1644.) Il colloquio fra i due geometri, e fors'anche fra i tre, ebbe veramente luogo, ma di quella speculazione si è perduta ogni memoria. In altra lettera al Rocca (6 Gennajo 1641) vedesi un germe del calcolo delle probabilità; in altre (20 Dicembre 1645, 3 Gennajo 1646) si parla delle curve lossodromiche intorno alle quali il Cavalieri dice di non trovarsi d'accordo cogli autori che scrissero dell'arte del navigare. A provare poi quanto egli avrebbe ulteriormente giovato la scienza astronomica, valga il seguente passo del Riccioli, che, parlando del Cavalieri, scrisse: « Edi-
» dit Uranometriam, Practicam Astrologicam, Centuriam problematum, inter quæ
» multa sunt astronomica et cosmographica, et alia multa, quibus acrimoniam
» ingenii ac judicii sui testatam reliquit: plura monumenta relicturus, nisi eum
» chiragra et podagra annis pene 12 subinde lectulo affixisset, ac tandem no-
» bis præripuisset; nobis, inquam, qui ab amicissimo ac doctissimo viro non
» mediocre in studiis nostris astronomicis adjumentum et incitamentum sæpius
» experti sumus ». (Almag. Novi. T. I, pag. xxxii.)

Non ultimo fra i meriti del nostro Autore si è quello di avere scritte le opere sue, tanto latine che italiane, con aggiustatezza e proprietà di linguaggio. Quanto alle latine, la mia asserzione verrà facilmente trovata vera da chiunque prenderà a scorrerle; non potendosi mettere in dubbio che l'Autore fosse padrone di quell'idioma, e sapesse giovarsene per guisa che l'espressione corrispondesse al pensiero fino ne' più minuti particolari, e venisse frequentemente

illustrata coi migliori modi di dire dei classici scrittori. Per le italiane, recherò due autorità che in tale argomento tengono luogo di molte. La prima è dell'ab. Antonio Colombo, riferitaci dal Gamba (Serie dei testi di lingua dal secolo XIV al XIX. Quarta ediz. Venezia, 1839): « È il Cavalieri uno di quegli scrit-
» tori che si pigliano gran cura di esprimere i loro pensamenti con proprietà
» e con giustezza, che è quanto a dire, e valente scrittore in argomenti di
» questa sorta, e da farne capitale in tali materie anche in fatto di lingua ». La seconda è di Vincenzo Monti, il quale deplorando la grettezza del nostro Vocabolario per la parte risguardante le scienze e le arti, ne rimprovera i compilatori, che mentre si diedero tanta cura di razzolar tutt'altrove, obbliarono poi molte vere ricchezze deposte nelle opere dei nostri più sapienti filosofi; e fra tanti *perchè* interrogativi, che dovrebbero pur una volta essere ascoltati, aggiunge anche questo: « Perchè non degnarono neppur d'un guardo le carte
» del famoso discepolo e difensore del Galilei, Benedetto Castelli, scrittore grave,
» nitido, semplicissimo; nè quelle del gran fondatore dei calcoli newtoniani e
» leibniziani, Bonaventura Cavalieri, sì accurato, sì esatto nell'esposizione degli
» alti suoi pensamenti? » (Proposta di alcune correzioni, ec. Vol. I, Lettera di prefazione, pag. XII.)

Non giova però dissimulare (ed è riflessione fatta anche dal Gherardi, cui vado altresì debitore di buona parte dell'erudizione sparsa in queste Note) che se di buon conio è per lo più nel Cavalieri la lingua, non seppe egli sempre difendersi dagli esempj degli scrittori del suo tempo, cadendo anch'egli alcune volte in ricercatezze, e screziando lo stile con qualche immagine o allusione, che di presente non sarebbe trovata lodevole. Ciò si nota principalmente nelle prefazioni e nelle dediche delle sue opere latine: nelle italiane assai meno: dove il suo scrivere appare più diligente e purgato è nelle lettere al Galileo, sapendo egli di aver a fare con chi era maestro in lingua non meno che in scienza.

All'uomo di scienze che sedette molt'anni in cattedra di pubblico insegnamento, crescono fama gli allievi rimasti dopo di lui eredi del suo sapere. Non mancò al nostro Geometra quest'altro titolo di gloria. Nell'articolo della *Bibliothèque Italique* citato nelle Note (20) e (39) si parla con gran lode della *Savante école du savant Religieux*. Quello però che vi si dice di Pietro Mengoli discepolo del Cavalieri dà alquanto nell'esagerato, perchè, quantunque il Mengoli sia stato buon matematico, la sua *Geometria speciosa* non è opera che abbia

presentato quell'importanza ch'ivi si vorrebbe attribuirle. Il più valente fra gli scolari del Cavalieri, di cui abbiamo certe notizie, fu il De-Angelis, la vita del quale pare una copia di quella del suo maestro. Religioso dello stesso ordine, come lui professore di Teologia a ventun'anno, come lui lettore di matematiche superiori in una celebre Università, ed autore di opere profonde. Di queste il Mazzucchelli (Gli Scrittori d'Italia. Vol. I, Parte II, pag. 740) (*a*) ne annovera fino a 17; ma avvenne dei libri del De-Angelis (che pur meriterebbero di essere più conosciuti) come di quelli del Viviani: il gran rumore che eccitava la scoperta dei nuovi calcoli distolse da essi l'attenzione dei più. Altro reputato discepolo del Cavalieri fu Giovanni Ricci Carmelitano, il quale insegnò matematiche nella stessa Università di Bologna, ed essendo stato delegato revisore delle Esercitazioni Geometriche, scrisse il suo voto così: « Vidit opus præ» ceptoris discipulus, et tanquam æterna memoria ut prælo committatur di» gnum censet ». Di Urbano Daviso, anch'egli religioso Gesuato, già parlammo in più luoghi delle precedenti Note. Il Tiraboschi (Opera citata. T. VIII, p. 377) nota come scolaro del Cavalieri un Tomaso Cornelio che di ritorno a Napoli fu nominato alla prima cattedra di matematica in quella Università. In un vecchio manoscritto esistente in Bologna trovasi ricordato fra gli scolari del Cavalieri insieme col De-Angelis un Giovambattista Tornielli, e si dice d'entrambi che furono dell'istituto de'Gesuati, e *summi geometriæ illustratores*. Il Picinelli e l'Argelati fanno scolaro del Cavalieri lo stesso Torricelli; ma ciò non parmi sufficientemente provato. Cavalieri essendo maggiore di dieci anni in età, avrà dato al Torricelli alcuni consigli, e certamente gli fu maestro in questo senso che gli diede alle mani colla sua geometria degli indivisibili uno strumento, di cui egli si servì con tanto vantaggio; ma che l'abbia avuto discepolo secondo l'accettazione comune di questa parola, nol credo: sì perchè lo stesso Cavalieri in una lettera al Rocca (28 Dicembre 1642) lo dice allievo del P. D. Benedetto Castelli, sì perchè il Torricelli (che già riconoscemmo, per le addotte testimonianze, quanto caldo lodatore sia stato del Cavalieri) si sarebbe ascritto a vanto

(*a*) Sapendosi che la lettera *C* dell'opera del Mazzucchelli è disposta per la stampa, non ho mancato di raccomandarmi affinchè mi fosse mandato manoscritto l'articolo *Cavalieri*, sperando che le fatiche di quel diligentissimo raccoglitore avessero a schiarirmi qualche punto che ancor mi rimane oscuro intorno alla Vita del Cavalieri, principalmente per quel tratto che abbraccia la sua dimora in Roma ed in Parma: ma il mio desiderio non potè essere soddisfatto.

il qualificarsi suo discepolo: lo che non mi sono incontrato a vedere scorrendone le opere. Abbiamo piuttosto qualche argomento per creder ciò di un altro uomo insigne, di quel Gian Domenico Cassini, del quale, dandoci l'elogio il Fontenelle, scrisse: « Il fut choisi par le Sénat de Bologne pour remplir dans » l'Université de cette ville la première chaire d'astronomie vacante depuis » quelques années par la mort du P. Cavalieri fameux Auteur de la Géométrie » des Indivisibles et Précurseur des infiniment petits, à qui l'on n'avait encore » pû trouver de digne successeur ». Ebbene, Cassini fu non solo successore, ma anche scolaro del Cavalieri, se vogliamo prestar fede a quello che leggesi nelle *Tavole cronologiche degli uomini illustri dell'Università di Bologna*, compilate dal dottor Giovanni Giacinto Vogli e pubblicate nel 1726; vi si dice in fatti parlando del Cassini: « Notisi essere egli stato non solo professore di queste » scuole, ma anche loro discepolo, cioè del Cavalieri ».

Più del suffragio di ottimi alunni difficile ad ottenersi da un pubblico professore è l'applauso sincero e spontaneo de' suoi colleghi nell'istruzione, perchè d'ordinario la convivenza e la familiarità tolgono molto a quell'ideale che l'ammiratore lontano ama di fabbricarsi nella sua immaginativa. Ma lo scienziato, di cui io scrivo, godette di molte eccezioni. Ovidio Montalbano, il quale per ben quattordici anni durò compagno al Cavalieri nell'insegnamento matematico, dovendo emettere un voto intorno al libro delle Esercitazioni Geometriche, scrisse: « De » sex hisce Geometricis Exercitationibus... hoc mihi dicendum suppetit, eas esse » omni admiratione et laude dignissimas, quæ ingens non modo Auctori, ut re- » liqua ejus opera, sed etiam Archigymnasio Bononiensi decus sint allaturæ, » quibus etiam typis commissis, plurimum utilitatis universæ literariæ Reipublicæ » accessurum esse existimo ». — Un altro collega del Cavalieri, Fortunio Liceti, in una lettera a Giambattista Baliani (Vedi le opere di quest'ultimo: Genova 1792, pag. 33), attesta del Cavalieri *quod et in mathematicis disciplinis et in motibus plurimum emineat et eniteat.*

È stato detto che lo scritto è l'uomo, cioè che per ben addentro conoscere l'indole e le doti morali di un uomo di lettere o di scienze, niente più vale di un'attenta disamina delle sue opere. Posto un tale principio, io penso che il mio lettore abbia potuto, anche per ciò solo che è riferito nelle precedenti Note, formarsi un adequato concetto dell'ingegno e del carattere del Cavalieri; carattere d'uomo attivo e laborioso, quantunque avesse a lottare continuamente

coll'infermità: vivace, ma da virtù trattenuto: cordiale e sincero, ma insieme franco: sempre riflessivo e profondamente religioso. A rinforzare gli ultimi due tocchi di questa morale dipintura, non mi dilungherò in cerca d'altre prove, ma giovandomi del principio sopra esposto, raccoglierò, a modo di saggio, alcune sentenze sparse nelle opere del N. A.

Per far vedere com'egli amava inserir tratto tratto riflessioni filosofiche anche fra la parte dottrinale de'suoi libri, e nelle lettere familiari, reco i passi seguenti:

« Nè deve arrecarci maraviglia che due s'incontrino ne' medesimi pensieri, » parendo anzi che la natura sia molto sollecita nel produrre a questo fine uo- » mini dello stesso genio, per addottrinare, anco contra sua voglia, il genere » umano, acciò quello che per la negligenza di uno resterebbe sepolto, per di- » ligenza dell'altro venga a porsi in luce, potendo perciò accadere, che più di » uno ancora dia nel medesimo segno ». (Specchio Ustorio, pag. 221.)

« I tesori non si trovano perchè sempre siano difficili a trovarsi, ma perchè » non si applica dove sono, o non s' intraccia la buona via per rinvenirli ». (Lettera al Rocca 3 Luglio 1641.)

« So bene che alcuni quesiti sono facili, altri difficili, ed altri difficilissimi, » per non dire impossibili agli uomini a sciogliersi.... so anco che non essendo » risoluto un quesito, non ci potiamo assicurare di qual sorta si sia quanto » alla facilità e difficoltà, poichè alcuni pajono difficili assai, e poi riescono fa- » cili: altri pajono facili a prima faccia, e poi pescandovi dentro, si trovano » più difficili che non si credeva ». (Lettera al Rocca 19 Settembre 1641.)

« Quinimmo ea videtur esse infirmæ hominum mentis conditio, ut nisi aliquo » extrinsecus præmonente excitentur, ægre quidquam egregii invenire pos- » sint ». (Exercit. III, pag. 185.)

« Ego enim in majori lucro reponam amici libere redarguentis censuram, » quam blandientis adulatoris assensum ». (Exercit. III, pag. 229.)

Finalmente, a provare per via di esempii come il cristiano Filosofo mentre stava addottrinando nelle scienze umane il suo lettore, non trascurava all' opportunità di richiamarlo a qualche utile pensiero religioso, basteranno le seguenti citazioni.

In un luogo dello Specchio Ustorio (pag. 171) pare si proponga di scuotere coloro che pur studiando nelle meraviglie dell' universo, sono poi pigri a sollevare la mente fino al Creatore, poichè scrive così: « E se noi che solo ne ve- » diamo la scorza, scopriamo nondimeno effetti così meravigliosi, quali dob-

» biamo credere sian quelli, che con la sua sagacissima industria ne deve sa-
» per ritrarre essa natura, guidata dalla Sapienza divina, che nel profondo delle
» sue più recondite proprietà et eccellenze le comprende? E chi meglio vuole
» intendere questo, facci un poco riflessione a quello che noi sappiamo di mec-
» canica, poi guardi alla struttura del corpo humano, che vedrà nell'aver pre-
» parato tanti organi, e tanti strumenti da esercitar moti diversissimi, senza che
» l'un l'altro impedischi, con si meraviglioso artificio, quanto ella ci avanzi
» nell'intender la maniera del muover pesi, così nel saper di prospettiva nel-
» l'occhio, del suono nell'orecchio, riuscendo non meno ammirabile nelle cose
» piccolissime, che nelle grandissime ».

Sul finire dello stesso Trattato leggiamo: « Pregherò chiunque ne riceverà
» qualche frutto che vogli meco renderne gratie alla benignità dell'altissimo
» Iddio datore d'ogni bene, dalla cui infinita liberalità riconoscendo noi come
» pretiosissime gioje la vita e l'ingegno, e come denari datici in contanti, dob-
» biamo non solo a quella con ragione il tutto riferire, ma anco affaticarci con-
» tinuamente per pagargliene almeno in parte l'usura ».

Questo stesso pensiero si ridestò in lui nel maggior uopo, e dovette riuscir-
gli siccome la voce di un amico consolatore. Ecco infatti le ultime parole ch'egli
vergò sul fine delle sue Esercitazioni geometriche fra gli aculei più strazianti
del male, e negli approcciamenti della morte: « Denique si quis unquam ex
» his meis lucubratiunculis aliquid utilitatis sibi comparaverit, ipsum rogabo ut
» Deo Optimo Maximo mecum gratias referre velit, qui inter vitæ meæ tot
» ærumnas, nedum hæc meditari, sed et aliqua ratione doctrinali, qualiscun-
» que sit, ea disponere sua benignitate concesserit ».

FAC-SIMILE

DI UNA LETTERA DI BONAVENTURA CAVALIERI

AL CARDINALE ARCIVESCOVO FEDERIGO BORROMEO

TRATTO DALL'AUTOGRAFO CHE SI CONSERVA

NELL'ARCHIVIO STORICO BORROMEO.

mà sino che non l'hò ridotto alla prattica non lo
professo per certo, e risoluto, che poi ne darò parte
à V. S. Ill.ma alla quale hò voluto accennare queste
cose, perche so, che gli saranno forsi grato, tanto più venen-
do da persona, che non solo è di cotesta Città, che gode
de benigni raggi dell'imensa sfera delle sue eminentiss.e
qualità, onde per ciò spera sgombrar le tenebre delle sue bas-
sezze, con l'aureo splendore della sua eminenza, mà
insieme, che gli è devotiss.o servo, che per maggiormente dimos-
trarlo in queste S.me feste di Natale gli prega da N. S.
somma felicità, con che di nuovo gli faccio humiliss.a riv.za
basciandoli la veste. Di Parma alli 17. Decembre 1621

Di V. S. Ill.ma e R.ma

Obl.mo Servo
f. Bonaventura Cavalieri
di Milano Gesuato —

POSTILLE MATEMATICHE

Per quelli de' miei lettori cui non riesce ingrato il linguaggio del calcolo venni in determinazione di aggiungere quattro non lunghe postille, delle quali le prime due serviranno a dimostrare proposizioni che nelle precedenti Note furono semplicemente enunciate, la terza ci farà conoscere un trovato del nostro Cavalieri sconosciuto ed ora scoperto, e la quarta si meriterà forse qualche riguardo da coloro che, quando si lodano i pensamenti dei grandi filosofi, vorrebbero sempre toccar con mano i vantaggi che se ne possono ritrarre.

I.

Sulla misura degli angoli solidi.

(Vedi Note (17) e (19).)

Di tre rette concorrenti in un punto, e non poste in uno stesso piano, chiamati a, b, c, gli angoli piani ch' esse fanno tra loro, ed A l'angolo diedro opposto al primo degli anzidetti, se facciasi per abbreviare

$$s = a + b + c \quad ;$$

sappiamo dalla trigonometria sferica potersi conoscere l'angolo A per mezzo della formola

$$(1) \qquad \sin.\tfrac{1}{2}A = \sqrt{\frac{\sin.\left(\frac{1}{2}s - b\right)\,\sin.\left(\frac{1}{2}s - c\right)}{\sin.b\,\sin.c}} \;.$$

Nel caso del tetraedro è facile, mediante la precedente formola, venire in cognizione dell'angolo A, perchè essendo $a = b = c = \frac{2}{3} R$ (R esprime l'angolo retto), risulta

$$\sin. \frac{1}{2} A = \frac{\sin. \frac{1}{3} R}{\sin. \frac{2}{3} R}$$

e da questa, conoscendosi $\sin. \frac{1}{3} R = \frac{1}{2}$ può dedursi con ovvie trasformazioni $\cos. A = \frac{1}{3}$

quindi $A = 70^{\circ}.\ 31'.\ 43'', 6$, ovvero $A = 70^{\circ}, 5288$, valutando i minuti primi e secondi in frazioni decimali di grado.

Il triangolo sferico determinato nel caso attuale dall'incontro della superficie sferica coi tre piani, che chiudono l'angolo solido del tetraedro, ha tutti tre gli angoli A, B, C eguali; pertanto il rapporto

$$(2) \qquad \frac{A + B + C - 2R}{8R} \qquad \text{(teorema del Cavalieri)}$$

tra la superficie di detto triangolo sferico e la superficie sferica intera è $\frac{3A - 2R}{8R}$, e quello tra la prima e l'ottava parte della seconda (corrispondente all'angolo solido del cubo) è

$$\frac{3A}{R} - 2 \ .$$

Mettasi qui per A il valore sopra trovato e facciasi $R = 90$, e ci verrà detto rapporto espresso dal numero $0, 35096$.

Per l'ottaedro. Immaginiamolo diviso in due piramidi eguali, ciascuna delle quali ha per base un quadrato, e consideriamo un angolo solido alla base di queste piramidi. Esso è compreso dai piani di tre rette concorrenti in un punto, delle quali due sono fra loro ad angolo retto, facendo poi entrambe colla terza un angolo di triangolo equilatero. Pertanto possiamo prendere in tal caso

$$a = R \ ; \quad b = c = \frac{2}{3} R \ ;$$

e l'angolo diedro A opposto all'angolo piano a ci diventerà noto in virtù della formola (1), la quale si riduce

$$\sin.\frac{1}{2}A = \frac{\sin.\frac{1}{2}R}{\sin.\frac{2}{3}R} .$$

Tale espressione si muta facilmente nell'altra $\sin.\frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{2}{3}}$, e da questa, per mezzo di ovvie trasformazioni, si cava

$$\cos. A = -\frac{1}{3} .$$

Dal confronto dell'ottenuto risultamento con quello cui giungemmo più sopra pel tetraedro, inferiamo questo teorema: *l'angolo diedro fra due facce dell'ottaedro è il supplemento dell'angolo diedro fra due facce del tetraedro.* Dal che, per esserci noto quest'ultimo, deduciamo subito

$$A = 109^{\circ}.\,28'.\,16'',4 \quad ; \quad \frac{1}{2}A = 54^{\circ}.\,44'.\,8'',2 \quad = 54^{\circ},7356 .$$

Ora è facile trovare la cercata espressione dell'angolo solido. Immaginiamo tirato l'asse in una delle anzidette due piramidi che compongono l'ottaedro. L'angolo solido dell'ottaedro si riconoscerà il quadruplo di quell'angolo solido che ha per spigoli due spigoli dell'ottaedro e l'asse anzidetto. Basterà dunque trovare il rapporto fra un tale angolo solido e l'angolo del cubo; ebbene: gli angoli diedri fra i piani che lo compongono sono manifestamente un angolo retto, e due angoli, ciascuno dei quali è la metà del trovato angolo fra due facce dell'ottaedro. Pertanto in tal caso possiamo fare

$$A = R \quad ; \quad B = C = 54^{\circ},7356$$

e per la formola (2) ci risulterà espresso da

$$\frac{109,4712}{90} - 1 \quad = 0,216346$$

il suddetto rapporto, il cui quadruplo 0,86538, sarà la misura dell'angolo solido dell'ottaedro. Potevamo anche dividere la piramide quadrangolare non

o

in quattro ma in due sole piramidi triangolari, e saremmo arrivati allo stesso risultamento.

Pel dodecaedro. Qui l'angolo solido ha soli tre spigoli, e i tre angoli piani che lo compongono sono ciascuno $\frac{6}{5}R$. Eguali pertanto fra loro sono anche i tre angoli diedri, e la formola (1) ci dà

$$\sin.\frac{1}{2}A=\frac{\sin.\frac{3}{5}R}{\sin.\frac{6}{5}R}=\frac{1}{2\cos.\frac{3}{5}R};$$

dalla quale deduciamo $A=116^{\circ}.\,33'.\,54'',3=116^{\circ},5651$; e questo è l'angolo diedro fra due facce del dodecaedro. Dalla formola (2) caviamo poi, come pel tetraedro, l'altra $\frac{3A}{R}-2$ per l'espressione dell'angolo solido del dodecaedro, preso per unità quello del cubo, espressione che, atteso il valore di A, riesce $1,88550$.

Per l'icosaedro. Anche qui la prima ricerca è quella dell'angolo fra due facce. A tal fine poniamo mente che ogni angolo solido di questo poliedro può riguardarsi come l'angolo al vertice di una piramide, la quale ha per base un pentagono regolare. Consideriamo un angolo solido alla base di questa piramide; esso è compreso dai piani di tre rette concorrenti in un punto, due delle quali fanno fra loro l'angolo del pentagono, facendo poi entrambe colla terza un angolo di triangolo equilatero. Possiamo quindi prendere

$$a=\frac{6}{5}R\ ;\ b=c=\frac{2}{3}R$$

e l'angolo diedro A opposto all'angolo piano a, che è poi quello delle facce cercato, ci sarà fatto noto per mezzo della formola

$$\sin.\frac{1}{2}A=\frac{\sin.\frac{3}{5}R}{\sin.\frac{2}{3}R}$$

dedotta dalla (1). Da questo caviamo $A=138^{\circ}.\,11'.\,22'',75$.

Immaginiamo, come per l'ottaedro, condotto l'asse della summentovata piramide pentagona. L'angolo solido dell'icosaedro si riconoscerà il quintuplo di

quell'angolo solido che ha per spigoli due spigoli dell'icosaedro e l'asse anzidetto. Basterà dunque trovare il rapporto fra un tale angolo solido e l'angolo del cubo. Due degli angoli diedri fra i piani che lo compongono sono manifestamente la metà del trovato angolo fra le facce, sono cioè di $69^{\circ}.\ 5'.\ 41'',4 = 69^{\circ},0948$. Il terzo angolo diedro è di 72°, perchè cinque di tali angoli debbono compiere tutti i 360° della periferia del cerchio circoscritto al pentagono base della piramide anzidetta. Pertanto in tal caso possiamo fare

$$A = 72^{\circ} \quad ; \quad B = C = 69^{\circ},0948$$

e per la formola (2) ci risulterà espresso da

$$\frac{210,1896}{90} - 2 = 0,33544$$

il suddetto rapporto, il cui quintuplo $1,67720$, sarà la misura dell'angolo solido dell'icosaedro.

L'utilità dei trovati numeri in alcuni casi non può mettersi in dubbio. Per un esempio: ragionando di quella simmetria secondo la quale pareva si distribuissero le molecole dei fluidi, ho speso altrove (Giornale dell'I. R. Istituto, tom. VI, pag. 328) molte parole a provare che riunendo venti angoli solidi di tetraedro non si riempie lo spazio, mentre invece la cosa riesce nel piano riunendo sei angoli di triangoli equilateri. Ora la proposizione può provarsi in un tratto di penna moltiplicando il numero $0,35096$ per 20, e osservando che si ha $7,0192$, invece di 8, come avrebbe dovuto esattamente risultare se lo spazio fosse da quegli angoli riempiuto.

La dimostrazione dell'ultimo teorema enunciato nella Nota (19) è brevissima. Sappiamo essere espressa da $2\pi hr$ la misura di una calotta sferica, essendo h l'altezza del segmento sferico, r il raggio della sfera, π il rapporto del diametro alla circonferenza. Chiamato α l'angolo piano del cono, l'espressione dell'altezza di esso cono sarà nel caso attuale $r\cos.\frac{\alpha}{2}$, quindi l'altezza del segmento sferico $r - r\cos.\frac{\alpha}{2}$, e la superficie della calotta $2\pi r^2\left(1 - \cos.\frac{\alpha}{2}\right)$. Dividendo quest'ultimo valore per $\frac{\pi r^2}{2}$ valore dell'ottava parte della superficie sferica, onde avere il rapporto dell'angolo solido del cono all'angolo del cubo, otterremo per detto rapporto l'espressione $4\left(1 - \cos.\frac{\alpha}{2}\right)$.

II.

Dimostrazione analitica del teorema di Cavalieri relativo alla spirale confrontata colla parabola.

(Vedi Nota (22).)

Incomincio dal Lemma (vedi fig. 1.ª).

OPS è il triangolo rettangolo : PS un cateto diviso in n parti eguali: PQ la porzione di esso che abbraccia m di tali parti eguali; talchè se facciasi $PS = a$, si avrà $PQ = \frac{m}{n}a$. L'altro cateto OP è pure diviso in n parti eguali, e si suppone che OM sia la porzione di esso comprendente un numero m di tali parti; talchè se facciasi $OP = b$, si avrà $OM = \frac{m}{n}b$. Vuolsi provare che il punto L d'incontro fra la (m)esima parallela e l'(m)esima congiungente è alla parabola. Si tiri LR perpendicolare ad OZ che è parallela a PS.

Poniamo $OR = x$; $LR = y$. Essendo $LR = OM$, abbiamo primieramente l'equazione $y = \frac{m}{n}b$.

Dai triangoli simili OML, OPQ caviamo la proporzione $OP : PQ :: OM : ML$; e mettendo i valori analitici; $b : \frac{m}{n}a :: \frac{m}{n}b : x$. Quindi l'equazione

$$\frac{m^2}{n^2}a = x ;$$

sostituiamo in questa al rapporto $\frac{m^2}{n^2}$ il valore eguale $\frac{y^2}{b^2}$ dedotto dalla precedente equazione, e otterremo

$$y^2 = \frac{b^2}{a}x$$

equazione di una parabola che ha per asse OZ, ed ha il parametro espresso da $\frac{b^2}{a}$.

Eccomi a dimostrare il teorema che riguarda la spirale (vedi fig. 2.ª).

$AC = CR$ è il raggio del cerchio che chiamo r ; $Ap = x$, $pm = y$ sono le coordinate rettangole della spirale. Facciasi anche $Cm = z$, e l'angolo $ACR = u$.
Essendo manifestamente $Cp = r - x$, caveremo dal triangolo Cpm le due relazioni $\sin. u = \frac{y}{z}$; $\cos. u = \frac{r-x}{z}$; quindi le due equazioni

$$(1) \qquad x = r - z \cos. u \quad ; \quad y = z \sin. u \ .$$

Nei moti uniformi, supposti i tempi eguali, le velocità stanno come gli spazj percorsi; chiamando pertanto V, φ le velocità, una pel moto che si effettua sulla circonferenza del circolo, l'altra per quello che si effettua sul raggio: siccome nello stesso tempo in cui la punta mobile del compasso descrive lo spazio $2\pi r$, il punto mobile sul raggio descrive lo spazio r : abbiamo $V : \varphi :: 2\pi r : r :: 2\pi : 1$. Ma anche nello stesso tempo in cui la punta del compasso percorre l'arco $AR = ru$, il punto mobile percorre la porzione Rm del raggio: quindi si ha eziandio la proporzione $V : \varphi :: ru : Rm$; e a motivo della proporzione precedente, $2\pi : 1 :: ru : Rm$. Di qui $Rm = \frac{ru}{2\pi}$; e siccome è $Cm = CR - Rm$, avremo $z = r - \frac{ru}{2\pi}$.
Pertanto le equazioni (1) si riducono

$$(2) \qquad x = r - r \cos. u\left(1 - \frac{u}{2\pi}\right) \quad ; \quad y = r \sin. u\left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)$$

tra le quali converrebbe eliminare la u per avere l'equazione fra le coordinate rettangole della spirale: ma giova tenerle come sono, considerare cioè le variabili x, y funzioni di una terza u .

Chiamando L la lunghezza dello spirale dal suo principio nel punto A fino al suo termine nel centro C, ed S l'area compresa dalla detta curva e dal raggio AC: notissime formole di calcolo integrale ci somministrano le due equazioni

$$(3) \quad L = \int_0^{2\pi} du . \sqrt{\left(\frac{dx}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy}{du}\right)^2} \quad ; \quad S = \int_0^{2\pi} du \, . \, y(u) \frac{dx}{du} \ .$$

Ora dalle equazioni (2) deduciamo

$$(4) \qquad \begin{aligned} \frac{dx}{du} &= r \sin. u\left(1 - \frac{u}{2\pi}\right) + \frac{r \cos. u}{2\pi} \\ \frac{dy}{du} &= r \cos. u\left(1 - \frac{u}{2\pi}\right) - \frac{r \sin. u}{2\pi} \end{aligned}$$

dalle quali discende l'altra

$$\left(\frac{dx}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy}{du}\right)^2 = r^2\left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)^2 + \frac{r^2}{4\pi^2} \cdot$$

Per tal modo la prima delle equazioni (3) diventa

$$L = \frac{r}{2\pi}\int_0^{2\pi} du \cdot \sqrt{1 + (2\pi - u)^2} \; .$$

Giova cambiar la variabile ponendo $2\pi - u = \xi$. Si osservi che ai limiti $u = 0$, $u = 2\pi$ corrispondono per la nuova variabile i limiti $\xi = 2\pi$, $\xi = 0$. Siccome poi il segno dell'integrale riesce negativo, riducendolo positivo col rovesciare i limiti, otteniamo

$$L = \frac{r}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\xi \cdot \sqrt{1 + \xi^2} \; . \tag{5}$$

Abbiamo la formola d'integrale indefinito

$$\int d\xi \cdot \sqrt{1 + \xi^2} = \frac{1}{2}\xi\sqrt{1 + \xi^2} + \frac{1}{2}\log.\left(\xi + \sqrt{1 + \xi^2}\right) + \text{Cost.}$$

che può facilmente verificarsi per mezzo della derivazione. Pertanto la precedente formola (5) ci dà la misura della curva rettificata così espressa

$$L = \left\{\frac{1}{2}\sqrt{1 + 4\pi^2} + \frac{1}{4\pi}\log.\left(2\pi + \sqrt{1 + 4\pi^2}\right)\right\} r \; .$$

Qui il coefficiente di r può facilmente ridursi a numeri, avvertendo che il logaritmo è iperbolico, e che quindi, se si prende il logaritmo tavolare, conviene moltiplicarlo pel modulo: si ottiene a operazione finita

$$L = (3,383045)\, r$$

maggiore della semicirconferenza espressa, come è notissimo, da $(3,141593)\, r$, per circa un quarto del raggio.

Passiamo alla misura dell'area. La seconda delle formole (3), per la seconda delle (2) e la prima delle (4), ci dà, facendo anche per abbreviare

$$H = \sin. u\left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)\left\{\sin. u\left(1 - \frac{u}{2\pi}\right) + \frac{\cos. u}{2\pi}\right\}$$

$$S = r^2 \int_0^{2\pi} du \, . \, H \, . \tag{6}$$

Ora, stando a formole d'integrali tuttora indefiniti,

$$\int du \, . \, H = \int du \, . \, \sin. u \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right) \left\{ \sin. u \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right) + \frac{\cos. u}{2\pi} \right\} \tag{7}$$

ovvero, eseguito il prodotto accennato,

$$\int du \, . \, H = \int du \, . \left\{ \sin.^2 u \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)^2 + \frac{\sin. u \cos. u}{2\pi} \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right) \right\} . \tag{8}$$

La (7) può anche scriversi

$$\int du \, . \, H = - \int du \, . \, \sin. u \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right) \left(\cos. u \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)\right)'$$

avendo indicato coll'apice affisso alle parentesi maggiori la derivazione per u. Quindi una integrazione a parti ci dà

$$\int du \, . \, H = - \sin. u \cos. u \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)^2$$
$$+ \int du \, . \, \cos. u \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right) \left\{ \cos. u \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right) - \frac{\sin. u}{2\pi} \right\}$$

ovvero, eseguito il prodotto accennato,

$$\int du \, . \, H = - \sin. u \cos. u \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)^2$$
$$+ \int du \, . \left\{ \cos.^2 u \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)^2 - \frac{\sin. u \cos. u}{2\pi} \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right) \right\} .$$

Sommiamo questa equazione colla (8): avremo

$$2 \int du \, . \, H = - \sin. u \cos. u \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)^2 + \int du \, . \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)^2 .$$

L'ultimo integrale può effettuarsi ed è $- \frac{2\pi}{3} \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)^3 + \text{cost.}$, come si verifica derivando: pertanto si ottiene

$$\int du \, . \, H = - \frac{1}{2} \sin. u \cos. u \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)^2 - \frac{\pi}{3} \left(1 - \frac{u}{2\pi}\right)^3 + \text{cost.}$$

e si ha in conseguenza il valore dell' integrale definito

$$\int_0^{2\pi} du \,.\, H = \frac{\pi}{3} \,.$$

Dopo di che la formola (6) ci somministra la cercata espressione, che è

$$S = \frac{\pi r^2}{3} \,. \tag{9}$$

E siccome πr^2 esprime l'area del circolo, si vede che lo spazio spirale ne è la terza parte. Questa è poi la proposizione IX.ª del sesto libro della Geometria degli indivisibili, ove si dice *Spatium comprehensum a spirali ex prima revolutione orta et prima linea quœ initium est revolutionis, est tertia pars primi circuli.*

Riscontriamo ora le proprietà analoghe nella parabola (vedi fig. 3.ª). OPS è il triangolo rettangolo di cui si è fatto un cateto $OP = r$ raggio del circolo, e l'altro cateto $PS = \pi r$ semicirconferenza. S'immagini descritta entro il triangolo la parabola OLS mediante il Lemma precedente. Sarà espressa da πr^2 l'area del rettangolo $OPSZ$: e siccome, per la nota quadratura, lo spazio parabolico $OLSZ$ è due terzi del detto rettangolo, il rimanente spazio, cioè il triangolo mistilineo $OPSL$ avrà il valore $\frac{\pi r^2}{3}$ eguale a quello dello spazio spirale (equazione (9)).

Per la rettificazione dell' arco parabolico OLS, essendo OZ l'asse delle ascisse x coll'origine in O, sappiamo che la sua misura ci è data dalla formola integrale

$$\int_0^{\pi r} dx \,.\, \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \tag{10}$$

la quale poichè, stante il Lemma, abbiamo

$$y^2 = \frac{r}{\pi} x \tag{11}$$

si riduce alla

$$\int_0^{\pi r} dx \,.\, \sqrt{1 + \frac{r}{4\pi x}} \,.$$

È meglio trasformare questo integrale prendendo per variabile la y: e siccome

in conseguenza dell'equazione (11), ai limiti $x = 0$, $x = \pi r$ corrispondono i limiti $y = 0$, $y = r$, l'integrale trasformato riesce

$$\int_0^r dy \cdot \sqrt{1 + \frac{4\pi^2 y^2}{r^2}} \cdot$$

Trasformiamolo un'altra volta ponendo $\xi = \frac{2\pi y}{r}$, per il che ai limiti $y = 0$, $y = r$, corrispondono i limiti $\xi = 0$, $\xi = 2\pi$, e ci ridurremo all'espressione

$$\frac{r}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\xi \cdot \sqrt{1 + \xi^2}$$

identica col secondo membro della equazione (5), cioè colla misura della spirale rettificata.

III.

Ultimo pensiero di Cavalieri intorno allo Specchio Ustorio

(Vedi Nota (56) n.° XIII.)

Ho di già accennato che, dopo le prime ricerche, il nostro Geometra immaginò potersi riprodurre l'apparato ustorio degli antichi impiegando un solo specchio parabolico invece di due. Recherò per intero quello che l'Autore scrisse in proposito in una sua lettera, finora inedita, al Galileo: parendomi interessante, sì per la cosa in sè stessa, sì per la mirabile chiarezza colla quale vi è esposto il concetto. Conviene che il lettore volga l'occhio alla fig. 4.ª Questa era perduta, ma io ho cercato di ricostruirla tenendo dietro allo scritto. Di seguito alla lettera aggiungerò un breve commento.

Molto Ill.e et Ecc.mo Sig.re e Pad.ne Col.mo

. . . .

« Quanto al mio pensiero circa lo specchio: so che quando Ella vi avesse
» fatto qualche particolare riflessione, facile saria stato indovinare il modo da
» me pensato, che per appunto parmi ch'ella fosse sulla traccia per ritrovarlo,
» mentre mi ha accennato che stimava potesse essere uno specchio parabolico,
» se bene sfondato. Il mio pensiero adunque è tale. Sia nella sopraposta figura lo

p

» specchio parabolico *adg*, il cui asse *xd*, et foco *o* pochissimo distante dal fondo
» dello specchio *d*; e per *o* si tiri la *bf* perpendicolare ad *xo*, che termini nella
» superficie dello specchio in *b*, *f*. Venghino poi dal sole (verso il cui centro sia
» indirizzato l'asse *xd*) paralleli al detto asse quanti raggi si vogliono, ma per
» nostro esempio et intelligenza li due *ha*, *lg*, che incontrino la superficie
» dello specchio nella bocca, come in *a*, *g*, e li altri due *mb*, *nf* che incon-
» trino li punti *b*, *f*. È dunque manifesto che questi quattro raggi anderanno
» ad unirsi nel punto *o*, foco del detto specchio, li quali tuttavia qui non si
» fermeranno, ma passando più oltre, incontreranno di nuovo la superficie del
» medesimo specchio: come li due *ha*, *lg* che fecero le prime riflessioni in
» *a*, *g*, faranno le seconde in *e*, *c* per *er*, *cs* e li due *mb*, *nf* che fecero
» le prime riflessioni in *b*, *f*, faranno le seconde pure in *b*, *f*, permutata-
» mente, cioè *mb*, in *f*, per *fn*, et *nf*, in *b*, per *bm*, mediante le quali due
» riflessioni de' raggi si viene ad ottenere quello che fa al nostro proposito, cioè
» ch' entrando il lume per linea parallela all' asse *xd*, di una tanta grossezza
» come nella larghezza dell' armilla *hmnl*, esce la medesima quantità di lume
» nell' ampiezza dell' armilla *msrn*, poichè li raggi per esempio intermedii
» alli due *ha*, *mb*, mediante la loro seconda reflessione fatta doppo il tran-
» sito per il foco *o*, usciranno tutti ristretti fra li due *er*, *fn*, riflessi dalla
» parte dello specchio *ef*, e l' istesso accaderà ai raggi intermedii alli due *lg*,
» *nf*, che usciranno da *bc* ristretti fra li due *bm*, *cs*, cioè in somma con
» questo artificio noi stringeremo il lume del sole che entra largo e diradato
» nello specchio, e nella parte *ab*, *gf*, riducendolo sotto minore spazio, me-
» diante la seconda riflessione fatta dalla parte di esso specchio *bc*, *ef*; e man-
» tenendo i raggi pur paralleli all' asse *xd*. Da questo dunque è manifesto che
» quanto più vicino sarà il fuoco *o*, al fondo dello specchio (il che porta poi
» che lo specchio sia sempre più, e più cavo), il lume uscirà sempre più
» constipato, e per linee parallele all' asse *xd*, sicchè potiamo fabricare tale
» specchio che lo riduca a che strettezza, o sottigliezza vogliamo. Queste cose
» sono molto conformi alla dottrina del mio specchio ustorio, come ella subito
» comprenderà, poichè se bene in questa operazione adopero un solo specchio,
» questo però fa l' offizio di due, quali sono distinti dal cerchio *bf*, imperoc-
» chè *abfg* è lo specchio grande, e *bdf* il piccolo, situati in modo che il foco
» del grande che è *o*, sta unito con il foco del piccolo, che pure è l' istesso
» *o*, la quale unione stimo conforme alla struttura insegnata nel mio Libro,

» invero molto difficile da ottenersi in pratica, siccome a questo modo viene
» levata per mio credere gran parte di difficoltà. È però vero che in questo
» modo non posso godere del benefizio della convertibilità dello specchietto
» *bdf* per abbruciare da ogni banda, ma per rimedio di questo due cose mi
» sono sovvenute, delle quali non ne ho veramente dimostrazione, ma solo pro-
» babile congettura, e se ne deve attendere l' ammaestramento dalla esperienza.
» La prima è che se bene è vero che le suddette cose si verificano stando l'asse
» dello specchio indirizzato verso il centro del sole, nondimeno inclinando al-
» quanto lo specchio non si facci sì presto il diradamento del cannoncino di
» lume, nato dalla seconda riflessione, sicchè non conservi anco forza di ab-
» bruciare (intorno alla qual cosa li confesso che ho specolato non poco per sa-
» pere ch' effetto farebbono li raggi che intrassero obliquamente nello specchio,
» e non paralleli all' asse, nella seconda riflessione non avendo potuto compren-
» dere per specolativa fin' hora a bastanza il loro effetto, come nè anco nelle
» altre sezioni coniche), l' altra è che conservando noi l'asse dello specchio verso
» il centro del sole potressimo nella bocca di esso specchio opporre all' uscita
» del cannoncino luminoso un specchietto piano convertibile da ogni banda,
» che da ogni banda appunto lo potria parimente riflettere, non alterando la
» grossezza di esso cannoncino, ma in questo ci è da dubitare che volendo ado-
» perare 3 riflessioni non indebolischino tanto il lume, che non sia atto ad ab-
» bruciare, nel che mi rimetto all' esperienza.

» Questo è quanto posso dire al mio signor Galileo, perchè esso ne resti gu-
» stato, et insieme servitone il Ser.^mo^ Gran Duca mio Signore. Io dissi forse
» troppo temerariamente che mi parea cosa bella, ma ora mi correggo rimet-
» tendomi al suo sottilissimo giudizio, e vendendogliela, o per dir meglio offe-
» rendogliela per quello che vale, e per niente più. Non mi scordo poi di far
» la prova in piccolo, frattanto mi avvisi per grazia della ricevuta di questa che
» non vorrei già che andasse a male, e del suo parere da me stimatissimo, fa-
» cendone parte al Ser.^mo^ Gran Duca, quando sia tornato, e mia scusa per la
» indisposizione che ho, et insieme in nome mio humilissima riverenza ad essi
» Ser.^mi^, che io pertanto desidero a V. S. Ecc.^ma^ compita sanità, li bacio affet-
» tuosissimamente le mani.

Di VS. M.^to^ Ill.^e^ et Ecc.^ma^

Di Bologna alli 11 Marzo 1636.

Obblig.^o^ Servitore.
Fra BONAVENTURA CAVALIERI.

Per meglio capire quel passo della precedente lettera che incomincia: *Da questo dunque è manifesto che quanto più vicino*, ec., ed anche per altro motivo, è bene cercare per via d'analisi il rapporto fra l'intensità del lume ch'entra nello specchio nelle condizioni ordinarie e l'intensità del lume costipato nel cannoncino riflesso. Queste due intensità, stante la dimostrazione del Cavalieri più sopra dal medesimo recata, possono ritenersi essere tra loro in ragione inversa delle superficie delle due armille $hmnl$, $msrn$: avremo quindi noto quel rapporto, quando conosceremo le espressioni di queste due superficie.

Sia $y^2 = px$ l'equazione della parabola: saranno, come è noto $do = \frac{p}{4}$; $bo = \frac{p}{2}$. Facciamo $dk = a$; $ak = b$; $st = cq = eq = z$; $dq = u$; avremo in conseguenza dell'equazione generale, $b^2 = pa$; $z^2 = pu$.

La superficie dell'armilla $hmnl$ eguaglia l'area del cerchio che ha per raggio $ht = ak = b$, meno l'area del cerchio che ha per raggio $mt = bo = \frac{p}{2}$; eguaglia quindi $\pi\left(b^2 - \frac{p^2}{4}\right)$, ossia $\pi p\left(a - \frac{p}{4}\right)$.

La superficie dell'armilla $msrn$ eguaglia l'area del cerchio che ha per raggio $mt = \frac{p}{2}$, meno l'area del cerchio che ha per raggio $st = z$: è quindi espressa da $\pi\left(\frac{p^2}{4} - z^2\right)$.

Convien trovare il valore di z da sostituire in quest'ultima espressione. Ora dai triangoli simili oak, oeq caviamo la proporzione $ok : ak :: oq : eq$. Ma $ok = dk - do = a - \frac{p}{4}$; $ak = b = \sqrt{pa}$; $oq = do - dq = \frac{p}{4} - u = \frac{p}{4} - \frac{z^2}{p}$; $eq = z$. Pertanto la riferita proporzione, sostituiti i valori analitici, diventa

$$a - \frac{p}{4} : \sqrt{pa} :: \frac{p}{4} - \frac{z^2}{p} : z .$$

Da questa si deduce per determinare la z un'equazione di secondo grado, la quale sciolta per z presenta sotto il radicale un quadrato perfetto: rigettata poi una delle radici perchè non fa al nostro caso, abbiamo l'altra che ci dà il cercato valore di $z = \frac{p\sqrt{p}}{4\sqrt{a}}$. Quindi l'espressione della seconda armilla si riduce $\pi\left(\frac{p^2}{4} - \frac{p^3}{16a}\right) = \frac{\pi p^2}{4a}\left(a - \frac{p}{4}\right)$.

Chiamate ora i, I le intensità della luce naturale e della costipata, avremo per le cose ora trovate

$$i : I :: \frac{\pi p^2}{4a}\left(a - \frac{p}{4}\right) : \pi p\left(a - \frac{p}{4}\right)$$

dalla quale otteniamo $$I = \frac{4a}{p} i$$

ossia, mettendo in luogo di a il valore $\frac{b^2}{p}$,

$$(*) \qquad I = \left(\frac{2b}{p}\right)^2 i\ .$$

Da questa formola deduciamo subito che tanto maggiore sarà l'intensità della luce nel cannoncino riflesso quanto più aperta sarà la bocca $2b$ dello specchio, e quanto più piccolo il parametro p della parabola. E siccome in una parabola di minor parametro bisogna percorrere maggior tratto dell'asse per trovare un'ordinata eguale a quella di una parabola di parametro maggiore, si capisce come lo specchio più attivo debba essere il più cavo.

La formola (*) non è utile soltanto a questa dimostrazione, ma può valere ad altri usi. Si può trovare per mezzo della sperienza di quanto l'intensità I debba essere maggiore dell'ordinaria i, affinchè abbia la facoltà di abbruciare. Allora, conosciuto il rapporto $\frac{I}{i}$, la precedente equazione (*), dove abbiamo in nostro arbitrio le quantità $2b$, p, ci servirà di guida a costruire lo specchio con tali dimensioni che l'effetto desiderato non ci abbia a fallire.

Non credo poi difficile, mediante gli attuali mezzi d'analisi, indagare che cosa avvenga del cannoncino di luce riflessa quando lo specchio non abbia più l'asse rivolto al sole, ma inclinato alquanto verso l'oggetto che si vuol ardere; se in questo luogo mi dispenso di tale indagine, è perchè m'accorgo che mi condurrebbe un po' in lungo. Reputo poi che sarà migliore il secondo dei mezzi proposti dall'autore, cioè lo specchio piano inclinato sull'asse, che devii il cannoncino e lo trasporti verso quella parte ove si vuol produrre l'effetto. E sia pure che questa terza riflessione indebolisca alquanto l'intensità della luce riflessa e costipata, abbiamo però sempre in mano nostra nella formola (*) i due elementi $2b$, p. Possiamo quindi ridurli tali da ingrandire l'intensità I per modo che, calcolata anche la diminuzione che deve subire per l'addotto motivo, abbia ad avanzarne quanto basta per ardere.

IV.

Intorno al metodo degli indivisibili ed alla utilità che può trarsene anche ai nostri giorni.

Dando estensione soverchia al senso di qualche frase da me posta nell'elogio o nelle precedenti note, potrebbe taluno formarsi l'opinione che il metodo degli indivisibili, pregevolissimo ai tempi di Cavalieri, non possa più avere un'utile applicazione ora che la scienza è al possesso di mezzi migliori: sia cioè da paragonarsi a certe antiche armadure, che hanno potuto servire una volta, ma che adesso non si risguardano più che come merce da ferravecchio. Reputo pertanto mio dovere il dichiarare che una tale opinione sarebbe molto erronea. Quella scoperta del Cavalieri è stata sì capitale, che non ostante la mutata condizione de' tempi, non ostante il mutato linguaggio scientifico ed ogni progresso fatto di poi, conserva tuttavia non piccola importanza. In prova di che io credo si possano sostenere le tre seguenti proposizioni. 1.ª Il metodo degli indivisibili, se gli si tolgano in parte le forme geometriche sotto le quali fu presentato dal suo autore, e venga in quella vece vestito di algebra, non perde già, ma guadagna assai, principalmente dal lato della chiarezza nelle dimostrazioni. 2.ª Esso può riuscir vantaggioso anche di presente ai giovani studenti e ai professori: agli studenti, come un ottimo esercizio intermedio per togliere la crudezza del passaggio dai metodi elementari ai più elevati del calcolo: ai professori, nella circostanza in cui possono trovarsi di dover insegnare proposizioni a dimostrar le quali non bastano i metodi elementari, mentre per altra parte non sia loro concesso far uso del calcolo integrale, che gli scolari non abbiano ancora l'obbligo di conoscere. 3.ª Senza voler menomare in nulla l'eccellenza del calcolo integrale, ch'io non esito a riconoscere per il metodo sovrano, credo che eziandio a chi non ignora un tal calcolo può qualche volta il metodo degli indivisibili tornar utile come più speditivo. Non intendo fermarmi a provare ordinatamente l'una dopo l'altra queste tre proposizioni: le tratterò promiscuamente, ma in modo che, a discorso finito, potrà il lettore rimaner di tutte persuaso.

Non è forse stato finora abbastanza avvertito essere lo spirito del metodo degli indivisibili essenzialmente quello di cercare le misure incognite delle quantità per mezzo di misure già conosciute di quantità della medesima specie, e in ciò appunto consistere la differenza di esso metodo da quello del calcolo integrale, che il primo mette a profitto i risultamenti già ottenuti per progredire coll' appoggio di essi ad ottenerne di nuovi, mentre il secondo, trattando le quistioni direttamente, prende ogni volta le cose dai loro principj, cioè dagli elementi delle formole. Ciò meglio che con ogni discorso verrà chiarito cogli esempj.

Sia (Fig. 5) un' ellisse di cui l' asse maggiore $AB=2a$, il minore $=2b$, $CP=x$ l' ascissa centrale, $Pm=y$ l' ordinata. Sia di più AMB il cerchio che ha per diametro l' asse maggiore AB dell' ellisse, e di cui $PM=z$, sia un' ordinata corrispondente alla stessa ascissa $CP=x$. Si cerchi l' area dell' ellisse.

Abbiamo, per le proprietà caratteristiche delle due curve, le due equazioni centrali; dell' ellisse $y=\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}$; del cerchio $z=\sqrt{a^2-x^2}$ e in conseguenza

$$(1) \qquad y=\frac{b}{a}z\,.$$

Se volessimo cercare mediante il calcolo integrale il valore della quarta parte DCB dell' ellisse, ci sarebbe d' uopo eseguire le operazioni indicate dalla espressione $\frac{b}{a}\int_0^a dx\,.\sqrt{a^2-x^2}$, e troveremmo, a operazione finita, il valore $\frac{\pi ab}{4}$. Ma per chi non conosce se non gli elementi della geometria possiamo ragionare così. L' equazione (1) fra l' ordinata y dell' ellisse e la z corrispondente del cerchio sussiste altresì fra quante si vogliono ordinate y_1, y_2, y_3, ... dell' ellisse e le corrispondenti z_1, z_2, z_3, ... del cerchio. Immaginiamo pertanto ripetuta per ciascuna di queste coppie d' ordinate corrispondenti, un' equazione simile alla (1), e poi sommate tutte sì fatte equazioni, avremo

$$(2) \qquad (y+y_1+y_2+y_3+\ldots.)=\frac{b}{a}(z+z_1+z_2+z_3+\ldots.)$$

Ora, secondo il linguaggio degli indivisibili (vedi la Nota (38)), la som-

ma $y + y_1 + y_2 + \ldots$ di tutte le ordinate dell'ellisse comprese fra i punti estremi C, B, ci dà l'area del quarto d'ellisse DCB, e la somma $z + z_1 + z_2 + \ldots$ di tutte le ordinate corrispondenti del cerchio ci dà l'area del quarto di cerchio ECB: quindi l'equazione precedente si muta nell'altra $\frac{1}{4}$ Ellisse $= \frac{b}{a} \cdot \frac{1}{4}$ Cerchio ;

e siccome dagli elementi sappiamo essere $\frac{1}{4}$ Cerchio $= \frac{\pi a^2}{4}$, caviamo subito $\frac{1}{4}$ Ellisse $= \frac{\pi ab}{4}$, come sopra. Così troviamo la quadratura dell'ellisse appoggiandoci a quella del cerchio.

Per un esempio di cubatura. Supponiamo di non conoscere quanto ai solidi se non gli elementi di Euclide, e cerchiamo la solidità della sfera. Sia (Fig. 6) ABC un quadrante di cerchio: si compia il quadrato $ACBD$, si conduca la diagonale CD, e si tiri una retta $abcd$ dove più piace parallela ai lati AD, CB. Questa retta incontra in b la diagonale, in c la circonferenza del cerchio, in d il lato BD del quadrato. Facciamo $ab = y$; $ac = z$; $ad = r$: dico che fra le y, z, r, sussiste l'equazione

$$r^2 = y^2 + z^2 \quad ;$$

perchè essendo CAD, Cab triangoli simili, ed isoscele il primo, lo è anche il secondo, quindi $ab = Ca$; e siccome nel triangolo rettangolo Cac è $\overline{Cc}^2 = \overline{Ca}^2 + \overline{ac}^2$, se riflettesi che $Cc = CB = ad$, si vede uscirne l'equazione precedente. Questa, moltiplicata per π, rapporto del diametro alla circonferenza, è

$$\pi r^2 = \pi y^2 + \pi z^2 \ . \tag{3}$$

Presentemente immaginiamo che ruoti la figura intorno alla retta AC come ad asse. Il quadrato $ACBD$ genererà un cilindro, il triangolo ACD un cono, e il quadrante ABC un emisfero; della retta poi $abcd$ la parte ab descriverà un cerchio sezione del cono, la ac un cerchio sezione dell'emisfero, e la ad un cerchio sezione del cilindro. Di questi tre cerchj, volto l'occhio alla precedente equazione (3), si capisce essere uno equivalente alla somma degli altri due, cioè

(4) Cerchio del cilindro $=$ Cerchio del cono $+$ Cerchio dell'emisfero.

Ma la retta $abcd$ potevamo tirarla in qualunque posizione fra le parallele AD, CB, e per tal modo trovare infinite equazioni simili alla (3) o (4). Supponiamo sommate tutte queste equazioni: nell'equazione che ne risulta, la somma di tutti i cerchj del cilindro, considerati come soprapposti gli uni agli altri, secondo il linguaggio degli indivisibili, dà il cilindro; la somma di tutti i cerchj del cono, dà il cono: la somma di tutti i cerchj dell'emisfero, dà l'emisfero; quindi dalla precedente equazione (4) si passa a quest'altra

$$\text{Cilindro} = \text{Cono} + \text{Emisfero} ;$$

e siccome dagli elementi anzidetti deduciamo pel caso attuale, *Cilindro* $= \pi r^3$, *Cono* $= \frac{1}{3} \pi r^3$, fatte le sostituzioni nell'equazione precedente, caviamo, *Emisfero* $= \frac{2}{3} \pi r^3$, *Sfera* $= \frac{4}{3} \pi r^3$, cioè il risultamento che si cercava.

Si confronti questa dimostrazione colla lunghissima di Archimede, e vedasi quanto si è guadagnato in brevità e perspicuità. Osservisi altresì che anche in questo caso non otteniamo la cubatura della sfera direttamente, come ce l'avrebbe data il calcolo integrale, ma appoggiandoci a quelle note del cono e del cilindro.

Qualche volta nel metodo degli indivisibili, oltre suppor nota la misura di una quantità omogenea con quella che forma l'oggetto della nostra ricerca, si suppone anche noto un rapporto fra quantità geometriche eterogenee con essa: per esempio, un rapporto tra figure piane se quello che si cerca è fra solidi, e viceversa. Il processo in tal caso è alquanto meno semplice, ma però ancora chiarissimo. Vedremo ciò nel cercare la cubatura del paraboloide.

CBD (Fig. 7) è la porzione di parabola che ruotando intorno all'asse CB genera il paraboloide: nella stessa rotazione il rettangolo $ACBD$ genera un cilindro. Prima della rotazione si conduca nel rettangolo la diagonale CD, e si tiri un'ordinata mp qualunque all'asse, la quale segherà in q quella diagonale. Assumiamo le denominazioni $BD = a$, $CB = b$, $Cp = x$, $pm = y$, $pq = z$. Per l'equazione della parabola abbiamo le due $y^2 = px$; $a^2 = pb$ e quindi eliminando fra esse il parametro p

$$y^2 = \frac{a^2}{b} x \ . \tag{5}$$

I due triangoli CBD, Cpq sono simili: pertanto $CB : BD :: Cp : pq$,

ossia $b : a :: x : z$. Caviamo da questa proporzione il valore di x per z e sostituiamolo nella equazione precedente, essa diventerà

$$y^2 = az$$

che scriveremo sotto quest'altra forma

$$(6) \qquad \frac{\pi y^2}{\pi a} = z \ .$$

Di rette come la mqp nella nostra figura potevamo tirarne quante ne avessimo volute: perciò chiamando $y_1, y_2, y_3, \ldots$ molte ordinate della parabola, e $z_1, z_2, z_3, \ldots$ molte rette come la pq comprese dentro il triangolo rettangolo CBD, formeremo tante equazioni simili alla precedente (6), che sommate ci daranno

$$\frac{\pi y^2 + \pi y_1^2 + \pi y_2^2 + \ldots}{\pi a} = z + z_1 + z_2 + \ldots ;$$

equazione che divisa per $a + a + a + \ldots$ diventa

$$(7) \qquad \frac{\pi y^2 + \pi y_1^2 + \pi y_2^2 + \ldots}{\pi a^2 + \pi a^2 + \pi a^2 + \ldots} = \frac{z + z_1 + z_2 + \ldots}{a + a + a + \ldots} .$$

Qui il numeratore della prima frazione è la somma di tutti i cerchj descritti dalle successive ordinate della parabola, e la loro congerie equivale alla solidità cercata del paraboloide, di cui chiamo X la misura. Il denominatore è la somma di tutti i cerchj descritti dalle parallele alle BD, AC, immaginandone una per ciascuna di quelle ordinate, ossia è il cilindro generato dalla rotazione del rettangolo $ACBD$, cilindro la cui espressione analitica ci è nota per gli elementi di geometria, ed è $\pi a^2 b$. Nel secondo membro della equazione (7) il numeratore è la somma di tutte le rette simili alla pq che coprono tutta l'area del triangolo CBD, ossia è il triangolo CBD: il denominatore è la somma di tutte le parallele corrispondenti che riempiono il rettangolo $ACBD$: ossia è il rettangolo $ACBD$: e poichè un tal rettangolo è doppio di un tal triangolo, il rapporto espresso nel secondo membro suddetto è $\frac{1}{2}$. Adunque l'equazione (7) si riduce $\frac{X}{\pi a^2 b} = \frac{1}{2}$

da cui $X = \frac{\pi a^2 b}{2}$, espressione cercata della cubatura del paraboloide.

Nell' esempio precedente vedemmo dedursi un rapporto incognito fra solidi da un rapporto noto fra superficie piane: viceversa possiamo ottenere un rapporto incognito fra superficie piane da un rapporto noto fra solidi. Troviamo a questo modo la quadratura della parabola (Fig. 8).

Stando quasi tutto come nella Fig. 7, invece di tirare da un punto qualunque della parabola l' ordinata mp, tiriamo la ms parallela all' ascissa Cp cui riesce anche eguale, e prolunghiamola sinchè incontri in n la diagonale: chiamiamo $sn = u$.

I triangoli simili CAD, Csn ci forniscono la proporzione $CA : AD :: Cs : sn$, ovvero $a : b :: y : u$. Caviamo di qui il valore di y e sostituiamolo nella precedente equazione (5): troveremo fra x, u l' equazione

$$u^2 = bx$$

che scriveremo sotto quest' altra forma

$$x = \frac{\pi u^2}{\pi b}.$$

Denominiamo ora $x_1, x_2, x_3, \ldots$ tante rette simili alla sm, cioè eguali alle successive ascisse della parabola, ed $u_1, u_2, u_3, \ldots$ le rette corrispondenti che nascono dal protrarre le prime fino all' incontro della diagonale; potremo formarci un numero indefinito di equazioni simili alla precedente, che sommate ci daranno

$$x + x_1 + x_2 + \ldots = \frac{\pi u^2 + \pi u_1^2 + \pi u_2^2 + \ldots}{\pi b};$$

equazione la quale divisa per $b + b + b + \ldots$ diventa

$$\frac{x + x_1 + x_2 + \ldots}{b + b + b + \ldots} = \frac{\pi u^2 + \pi u_1^2 + \pi u_2^2 + \ldots}{\pi b^2 + \pi b^2 + \pi b^2 + \ldots}. \tag{8}$$

Qui il numeratore della prima frazione è la somma di tutte le rette che riempiono lo spazio curvilineo $CADm$, la cui misura ci è incognita, e chiamo X; il denominatore è la somma di tutte le parallele alle CB, AD che coprono il rettangolo $ACBD$ la cui misura ab ci è nota. Il numeratore del secondo membro è la somma di tutti i cerchi che, facendo ruotare la figura intorno alla retta AC, compongono il cono generato dal triangolo ACD: e il denomi-

natore è la somma di tutti i cerchj che compongono il cilindro generato nella stessa rotazione dal rettangolo $ACBD$. Ora questo secondo rapporto ci è noto, sapendo noi per gli elementi di geometria, che un tal cilindro è triplo di un tal cono; dunque la precedente equazione si muta nella $\frac{X}{ab} = \frac{1}{3}$. Dalla quale $X = \frac{1}{3} ab$: quindi il residuo spazio parabolico $BDmC$ è $\frac{2}{3}$ del rettangolo $ACBD$, come si sa.

Sarebbe facile moltiplicare a piacere questi esempj, sempre servendo alla massima di appoggiarsi al già trovato per progredire a trovare l'incognito. Così, partendo dalla cubatura della sfera ridimostrata più sopra, si può a colpo d'occhio, senza nemmeno prendere la penna in mano, dedur quella dell'ellissoide di rivoluzione facendo rotare la figura 5.ª intorno l'asse AB, ec., ec. (*a*).

Per tal modo, con questo solo principio degli indivisibili opportunamente maneggiato, se mi si dà un giovine il quale non sappia che gli elementi della geometria e qualche poco d'algebra, posso condurlo innanzi e con gran prontezza fornirgli cognizioni che sembrano riservate alla geometria superiore, per taluna delle quali anche il calcolo integrale (e già ne accennai la ragione) non correrebbe tanto speditamente.

Ma mi si dirà: Questo giovine vi terrà poi dietro nelle precedenti dimostrazioni? Quel principio enunciato in un linguaggio che sappiamo non essere rigorosamente geometrico, potrà avere presso lui una vera forza dimostrativa? Rispondo: Conviene fargli sentire una volta per sempre il ragionamento che giustifica il linguaggio del metodo degli indivisibili (rileggasi il passo di Pascal riportato nella Nota (38)). Mettendo sott'occhio al mio alunno equazioni come le (2), (3), (7), (8), gli farei vedere che posso, senza ledere la verità della equazione, introdurre dappertutto quel fattore piccolissimo costante (pel quale adotterei, se fa d'uopo, anche un segno convenzionale) che cambia le somme delle linee in somme di rettangoletti, le somme dei piani in somme di solidetti, e re-

(*a*) Per l'applicazione del metodo degli indivisibili anche allo spianamento delle superficie curve può vedersi una lezione postuma del più vicino precursore del calcolo differenziale, di Isacco Barrow, grande encomiatore di quel metodo: essa precede gli elementi di geometria del detto autore (Londini, 1678). E notisi (siccome accennai sul fine della Nota (22)) che di simili ricerche non s'incontra esempio nelle due opere di Cavalieri sugli indivisibili, cosicchè si direbbe che il suo metodo fu trovato avere maggiore estensione della indicata dallo stesso inventore. Ma forse le applicazioni di questo genere erano tra quelle che il N. A. non ebbe tempo di scrivere (Vedi il primo dei quattro articoli addizionali posti sul fine della Nota (56)).

stituisce l'esattezza del linguaggio geometrico. Questo fattore, gli direi, è di una grandezza minima e misteriosa, ma l'oscurità delle nostre idee intorno ad esso non ci nuoce: se non c'è nelle equazioni, possiamo introdurlo colla moltiplicazione; se c'è, possiamo toglierlo mediante la divisione, ma fortunatamente la verità delle equazioni sussiste indipendentemente da esso. E poichè hai capito che l'uso di un tal fattore serve soltanto a giustificare il linguaggio, fanne omai senza, e abbi fede in questo linguaggio.

Quando poi il giovine, superato il primo senso di sorpresa, si sarà reso familiare il principio, penso debba riuscirgli delizioso, per la ragione che in esso havvi ancora un appoggio sensibile, quell'appoggio che giova anche ai provetti, ma di cui hanno maggior bisogno i principianti. Ecco come il Cavalieri riduce sensibile il suo concetto. « Manifestum est figuras planas nobis ad instar » telæ parallelis filis contextæ concipiendas esse: solida vero ad instar libro» rum qui parallelis foliis coacervantur. Cum vero in tela sint semper fila, et in » libris semper folia numero finita, habent enim aliquam crassitiem, nobis in » figuris planis lineæ, in solidis vero plana numero indefinita, ceu omnis cras» sitiei expertia, supponenda sunt. » (Exercit. Geom., pag. 3, 4.) E di vero, gli esempj sopra recati possono essere sufficienti a far comprendere che nelle dimostrazioni condotte col metodo degli indivisibili ci è lecito vedere in qualche parte la strada che mena al fine desiderato. Non è così nei processi del calcolo integrale: si osservi, per esempio, la quadratura trovata per mezzo di un tal calcolo nella Postilla seconda, e ci sarà forza confessare che quel meraviglioso viaggio è fatto all'oscuro. Ora il giovane non si sente si presto il coraggio di affidarsi ciecamente ai risultamenti del calcolo. Havvi un'altra ragione per persuadere l'utilità che ne verrebbe all'istruzione dal trattenere i giovani qualche tempo a meditare sul metodo degli indivisibili. Io non accetto l'opinione di coloro i quali credono che, usando del calcolo, si riducano le operazioni a un puro meccanismo: per maneggiare utilmente il calcolo ci vuol destrezza, e destrezza molta. Pure non può negarsi che le arti colle quali i matematici di qualche secolo fa, non ostante l'imperfezione de' metodi, si facevano strada alla soluzione di difficili problemi, erano una meraviglia dal lato della sagacità, e contribuivano grandemente ad acuire l'intelligenza e ad educarla a gagliarde concezioni. Parmi che il metodo di Cavalieri possa vantare un sì fatto pregio. Già ne diedi qualche saggio, ma bisogna vedere nella Geometria degli indivisibili certi teoremi colossali (citati dal N. A. nel passo recato nella Nota (23)) che

comprendono infiniti casi, ove s' insegna a dedurre con gran maestria l' incognito dal cognito. Per la qual cosa io non crederei opera perduta anche ai nostri giorni il cercar di ringiovinire, almeno in qualchè parte, la detta Geometria, conservandone lo spirito e vestendola d' algebra, presso a poco come ho tentato di fare negli esempj surriferiti.

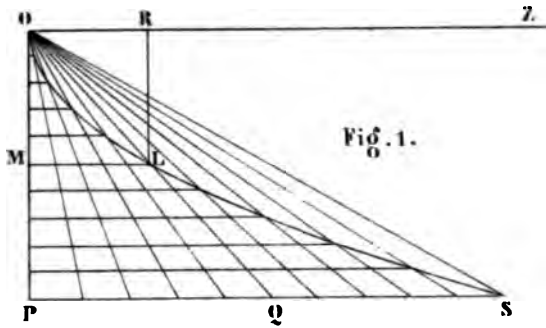
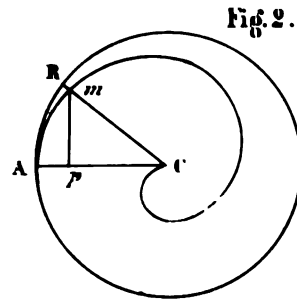
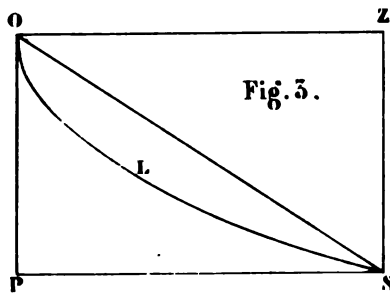
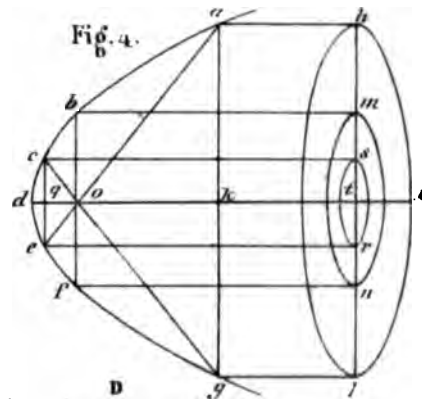
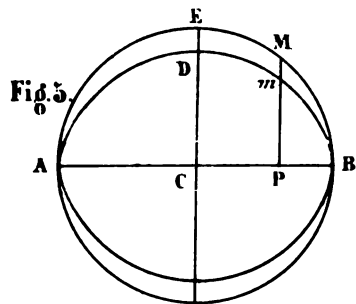
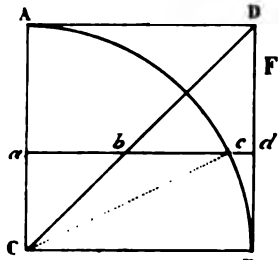
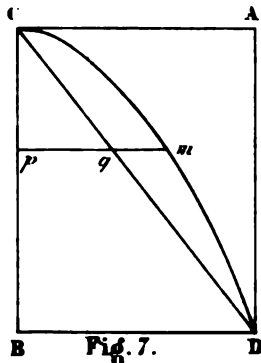
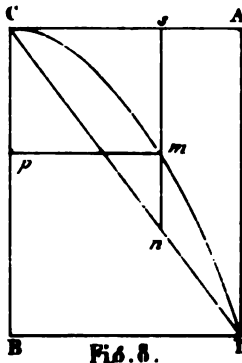
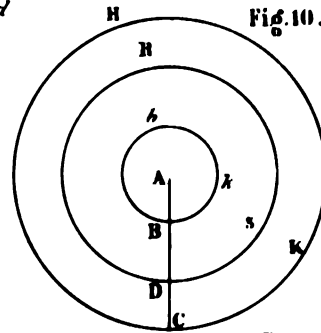
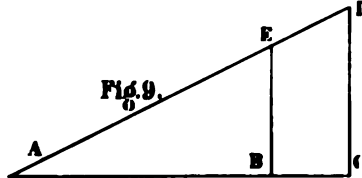
E ciò tanto più in quanto che lo stesso metodo degli indivisibili serve pure benissimo anche per questioni che non sono geometriche, e può eziandio in quest' altra maniera venire in sussidio de' professori cui non è dato nell' insegnamento usare del calcolo integrale. Prezioso e da grandemente inculcarsi ai giovani è il principio che le relazioni fra le quantità matematiche debbono intendersi ridotte in numeri astratti, e che quindi la rappresentazione sensibile da cui que' numeri furono staccati, può subire un cambiamento senza che quelle relazioni ne soffrano. Così possiamo rappresentare i tempi e le velocità per mezzo di linee, le linee per mezzo di superficie, ec.; mutando mentalmente le unità concrete di sotto ai numeri che a loro si riferiscono, possiamo da figure geometriche cavare cognizioni meccaniche.

È noto il triangolo di Galileo per dimostrare i teoremi del moto uniformemente accelerato: ma un tal mezzo di dimostrazione guadagna (mi pare) se vi si associa il linguaggio degli indivisibili. L' essenza di quel moto sta nella proporzionalità delle velocità ai tempi; talchè, chiamata g la velocità acquistata, partendo dalla quiete, alla fine dell' unità di tempo, e v quella alla fine del tempo t, si ha per definizione l' equazione $v = gt$. Se ora si rappresenti (Fig. 9) colla retta $AB = 1$ l' unità di tempo, e colla $AC = t$ un tempo qualunque: rappresentata altresì colla $BE = g$ perpendicolare ad AC la velocità alla fine dell' unità di tempo, viene di necessità (in virtù dell' equazione precedente e dei triangoli simili) che la CD parallela a BE, e determinata dal prolungamento di AE, rappresenti la velocità v. Così tutte le velocità alla fine di tutti gli istanti che compongono il tempo t, sono rappresentate dalle diverse parallele alla BE che riempiono l' area del triangolo ACD. *Lo spazio percorso in un tempo* t *in un moto qualunque vario può considerarsi in generale la somma di tutte le velocità che si effettuarono in un tal tempo:* e ciò è detto assumendo un linguaggio della stessa natura di quello che si usa nel metodo degli indivisibili. In fatti, rigorosamente parlando, quello spazio eguaglia la somma d' infiniti rettangoletti, ove sempre uno dei lati è la velocità corrispondente che muta dall' uno all' altro, e l' altro lato è una porzione di retta sempre costante che rap-

presenta le minime parti eguali del tempo, in ognuna delle quali il moto si considera uniforme. Ma nel linguaggio degli indivisibili si tiene sottintesa quella quantità *per la quale si fa il transito*, cioè quella che è spezzata in minutissime parti eguali, rappresentate tutte da un fattore costante; ed ecco il perchè si può dire lo spazio percorso nel moto, eguale ad una somma di velocità, come si diceva una superficie eguale ad una somma di linee. Ciò posto, nel caso del moto uniformemente accelerato lo spazio eguale alla somma di tutte le velocità, ossia alla somma di tutte le rette che riempiono il triangolo ACD, è rappresentato dal triangolo stesso ACD, la cui misura è $\frac{1}{2} AC \cdot CD = \frac{tv}{2}$: e se quello spazio dicasi s, e si metta per v il valore dato dalla prima equazione, si ha $s = \frac{gt^2}{2}$.

Aggiungerò, perchè pochissimo conosciuto, il modo col quale Cavalieri dimostrava, per via di circoli piuttosto che di triangoli, i teoremi del moto uniformemente accelerato. (Vedi Specchio Ustorio, Cap. XXXIX.) Anch'egli esprimeva per mezzo di due rette AB, AC (Fig. 10) i tempi 1, t; ma la velocità g acquistata alla fine dell'unità di tempo, la rappresentava non già con una retta, bensì con una circonferenza Bhk. Fin qui la cosa è in nostro arbitrio, ma dopo non è più in nostro arbitrio rappresentare la velocità v alla fine del tempo t altrimenti che per l'altra circonferenza CHK. Infatti le circonferenze stando fra loro come i raggi, abbiamo $AB : AC ::$ circ. Bhk : circ. CHK, ossia $1 : t :: g :$ circ. CHK, dalla quale proporzione caviamo per circ. CHK lo stesso valore, che per la prima equazione (nascente dalla definizione) vedemmo essere quello di v. Pertanto si capisce che partendo dal centro, come da punto di quiete, tutte le velocità corrispondenti a tempi espressi per diverse lunghezze di raggio, vengono rappresentate dalle corrispondenti circonferenze. Poichè dunque, secondo il linguaggio degli indivisibili, per una parte lo spazio percorso in un moto eguaglia la somma di tutte le velocità che ebbero luogo nel tempo corrispondente, e per l'altra la somma di tutte le circonferenze successive dà l'area dei circoli, ne viene che il circolo $ABhk$ esprime lo spazio percorso sino alla fine dell'unità di tempo, e il circolo $ACHK$ quello s descritto sino alla fine del tempo t. L'area del circolo $ACHK$ eguaglia la circonferenza v moltiplicata per la metà $\frac{t}{2}$ del raggio: quindi $s = \frac{vt}{2}$, e sostituito il valore di v datoci dalla prima equazione, $s = \frac{gt^2}{2}$, come sopra.

Secondo questa foggia di rappresentazione gli spazj descritti in tempi succes-

sivi, non contati tutti dallo stesso principio, invece di essere espressi da trapezj, lo sono da armille: per esempio lo spazio descritto nel tempo BD è espresso dall'armilla $BDRS$. Quanto all'effetto, non c'è differenza tra le due maniere di Galileo e del Cavalieri, ma nella seconda le velocità crescenti, rappresentate da circonferenze sempre maggiori, quasi onde che si propagano da un medesimo centro, ci vengono messe innanzi sotto un'immagine che a taluni può riuscire più aggradevole.

CENNO STORICO

INTORNO ALL'EREZIONE DEL MONUMENTO.

L'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti pubblicò lo scorso anno il seguente programma:

« Deve la città di Milano, nel Settembre del prossimo venturo anno, acco-
» gliere il sesto Congresso degli Scienziati Italiani. In sì opportuna occasione,
» l'I. R. Istituto di scienze, lettere ed arti, previa superiore approvazione,
» propone una civica solennità simile a quella con cui festeggiossi in Pisa il
» primo di tali Congressi. Colà s'inaugurò, a spese di privati, un monumento
» al grande filosofo e matematico pisano Galileo Galilei: e qui vorrebbesi imi-
» tare il nobile esempio per onorar la memoria del milanese matematico BONA-
» VENTURA CAVALIERI, di cui cantò Lorenzo Mascheroni, dopo di aver ricor-
» dato il Galileo:

L'altro che sorge a lui rimpetto, in vesta
Umil ravvolto e con dimessa fronte,
È CAVALIER, che d'infiniti campi
Fece alla taciturna algebra dono.

» Quanta gloria patria un tal nome in sè raccolga non può ignorarlo chiun-
» que ha in pregio le severe discipline da lui professate; fu l'autore di varie
» opere piene di profonda dottrina, fra le quali primeggia la *Geometria degli*
» *indivisibili*, e fu riconosciuto qual precursore di Newton nella *Teorica delle*
» *flussioni*. Pure un tant'uomo non ha in Milano, sua patria, alcun segno esterno
» che lo rammenti, tranne un'erma in plastica nel vestibolo della Biblioteca di
» Brera.

» Ai nostri giorni e in questa capitale, dove non di rado vedesi contraddi-
» stinta di monumento or l'una or l'altra delle patrie celebrità in ogni maniera

» di sapere, tornerebbero inutili ulteriori parole ond' eccitare i Milanesi a ren-
» dere un atto di giustizia a quel concittadino che sta in prima linea coi po-
» chi e grandi scopritori del vero nelle più difficili scienze.

» Le azioni per l'erezione del divisato monumento furono fissate a lire 12
» austriache ciascuna, e tiensene aperta la sottoscrizione tanto nella Segreteria
» dell' I. R. Istituto, quanto in quella della Congregazione Municipale. L'elenco
» de' signori Azionisti sarà stampato insieme coll'Elogio del grand' uomo, che
» verrà recitato nella solennità dell' inaugurazione. Radunato un numero com-
» petente di azioni, l'Istituto si farà premura di invitare i signori Azionisti ad
» un congresso per determinare il modo dell' esecuzione.

» Milano, 20 maggio 1843.

» *Il presidente dell' I. R. Istituto* CARLINI.

» *Il Segretario* LABUS. »

L' invito dell' Istituto fu accolto con molto favore, come ne può far fede il seguente Elenco degli Azionisti, dove figurano pei primi i Nomi più cospicui della Monarchia. La copia dei nomi che seguono dimostra che l' Istituto non restò deluso facendo assegnamento sulla generosità che sempre si manifesta in Milano e in altre parti d'Italia quando trattasi d' incoraggiare opere di onor nazionale. Dalla sola meritissima Congregazione Municipale di Milano si ottenne la sottoscrizione per N.° 150 azioni.

Il congresso generale degli Azionisti ebbe luogo a dì 10 del successivo Agosto: in esso venne eletta una Commissione delegata a dirigere tutto che doveva avere riguardo al Monumento, la quale, dopo alcune rinuncie, risultò composta de' signori Girolamo Calvi, Francesco Carlini, Gabrio Piola e dott. G. B. Fantonetti segretario: vi si fece anche la scelta dell' artista cui doveasi affidare l' esecuzione della statua colossale del Cavalieri, e la pluralità dei voti designò il distinto scultore Gio. Antonio Labus.

La Commissione delegata diede in appresso l' incarico al valente incisore signor Aurelio Alfieri di operare il disegno e l' incisione del Monumento, qual si vede al principio del libro.

L' effigie fu presa da quella che accompagna il Trattato della Sfera stampato dal Daviso discepolo del Cavalieri, dove si dice nella prefazione (edizione del 1682) ch' essa è copia del ritratto eseguito dal Neri (Gio. Francesco Negri di Bologna), pittore il quale godeva di molta celebrità per la somma somiglianza che

otteneva ne' ritratti; e notisi che il Daviso era di certo buon giudice, avendone potuto fare il confronto col vero. Da questa stessa effigie fu cavato il busto per la tribuna del Galileo nel Museo di Firenze: e chi lo ha visto, ed ebbe anche a vedere dipinto il Cavalieri nel quadro che si conserva in Firenze, assicura che la statua milanese presenta i lineamenti del grand' uomo colla maggiore probabilità che possa conseguirsi al dì d' oggi. Il *costume* adottato fu l' esibito dal summenzionato ritrattino, essendosi esso trovato conforme con quello della seconda maniera di vestire dei Gesuati, dopo la riforma introdotta da Papa Urbano VIII nell' abito di quell'Ordine: e fu più ampiamente studiato sulle opere dell'Helyot e del Bonanni.

Il Geometra è rappresentato nell' istante che segue immediatamente il ritrovamento del teorema per la quadratura d'ogni triangolo sferico: e fu anche scolpito coi segni matematici il rapporto in cui quel teorema consiste. Sarebbe stato più caratteristico (e vi si pensò lungo tempo) simboleggiare la maggiore scoperta del Cavalieri, quella del principio degli indivisibili: ma non prestavasi all' effetto artistico. Per simil maniera anche la statua del Newton fu atteggiata col prisma, non essendosi trovato un emblema sensibile a significare la scoperta del principio della gravitazione universale.

ELENCO

DEI

SOSCRITTORI PER IL MONUMENTO DI B. CAVALIERI.

Sua Altezza I. R. il Serenissimo Arciduca FRANCESCO CARLO . Azioni N.° 10

Sua Altezza I. R. il Serenissimo Arciduca CARLO . . . . » 10

Sua Altezza I. R. il Serenissimo arciduca GIOVANNI . . . . » 10

Sua Altezza I. R. il Serenissimo Arciduca LUIGI . . . . » 10

Sua Altezza I. R. il Serenissimo Arciduca RANIERI, Vicerè del Regno Lombardo-Veneto . . . . » 10

Sua Eminenza il signor conte Carlo Gaetano di Gaisruck, Cardinale Arcivescovo di Milano, ec. ec. . . . . » 4

Sua Altezza Serenissima il Principe Clemente Venceslao Lotario di Metternich-Winneburg, cav. del Toson d'oro, Ministro di stato e delle conferenze, ec. ec. — Vienna . . . . » 10

Sua Eccellenza il signor conte Franc. Antonio di Kolowrat-Liebsteinsky, cav. del Toson d'oro, Ministro di stato e delle conferenze, ec. ec. — Vienna. . . . . » 10

Sua Eccellenza il signor conte Maurizio di Dietrichstein-Proskau-Leslie, Gran Maggiordomo di S. M. l'Imperatrice e Regina, ec. ec. — Vienna. » 5

Sua Eccellenza il signor conte Giambattista di Spaur, Governatore della Lombardia, ec. ec. . . . . » 10

Sua Eccellenza il signor conte Giovanni Emanuele Khevenhüller, cav. del Toson d'oro, ec. ec. — Milano. . . . . » 10

Sua Eccellenza il signor conte Giacomo Mellerio, commendatore dell'ordine I. austr. di Leopoldo, ec. ec. — Milano . . . . » 10

Azioni N. 109

Azioni N.° 109

SUA ECCELLENZA il signor conte LUIGI SETTALA DE' CAPITANI DI SETTALA, gran croce del R. ordine sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, Gran Maestro delle cerimonie del Regno Lombardo-Veneto, ec. — Milano . . . » 4

SUA ECCELLENZA il signor conte FRANCESCO DI HARTIG, gran croce dell'ordine I. austr. di Leopoldo, Capo-sezione presso l'I. R. Consiglio di stato e delle conferenze, ec. — Vienna. . . . . » 13

SUA ECCELLENZA il signor conte DANIELE RENIER, Gran Ciambellano del Regno Lombardo-Veneto, ec. — Venezia . . . . » 1

SUA ECCELLENZA il signor conte VITALIANO BORROMEO, Gran Coppiere del Regno Lombardo-Veneto, presidente generale del VI Congresso degli scienziati italiani, ec. — Milano . . . . » 1

SUA ECCELLENZA il signor conte CESARE DI CASTELBARCO VISCONTI, Gran Siniscalco del Regno Lombardo-Veneto, ec. — Milano . . . . . » 10

SUA ECCELLENZA il signor conte GIOVANNI PIETRO PORRO, presidente della Commissione centrale di beneficenza in Milano, ec. . . . . » 1

SUA ECCELLENZA il signor conte BERNARDO CECCOPIERI, presidente dell'I. R. Tribunale generale d'appello della Lombardia, ec. . . . . » 2

SUA ECCELLENZA il signor conte ANDREA CITTADELLA VIGODARZERE, vice-presidente dell'I. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, ec. . » 1

CONGREGAZIONE MUNICIPALE DELLA R. CITTÀ DI MILANO . . . . . . » 150

ACCADEMIA di agricoltura, commercio ed arti di Verona . . . . . » 6

ACCADEMIA scientifico-letteraria dei Concordi di Rovigo . . . . . . » 2

ACERBI dottor PAOLO, f. f. di direttore dell'Ospedale maggiore di Milano. » 1

AGAZZI dott. FERDINANDO, professore di disegno, di geometria e di macchine nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

AMATI CARLO, cavaliere dell'ordine I. russo di S. Stanislao, professore di architettura e consigliere ordinario presso l'I. R. Accademia di belle arti in Milano, socio di varie altre accademie nazionali e straniere, ec. . . » 1

AMATI sac. GIACINTO, proposto-parroco in S.ª Maria de' Servi in Milano. » 1

AMBROSINI PIETRO, ragioniere. — Milano . . . . » 1

AMBROSOLI dottor FRANCESCO, professore di filologia latina e greca, di letteratura classica ed estetica nell'I. R. Università di Pavia, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti . . . . . » 1

Azioni N.° 306

Azioni N.° 306

ANNONI dottor SATURNINO. — Milano. . . . . » 1

APORTI sac. FERRANTE, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, direttore dell'I. R. Scuola elementare maggiore maschile in Cremona, membro onorario dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, socio corrispondente di varie accademie scientifiche e letterarie, ec. . » 1

ARCHINTO conte GIUSEPPE. — Milano . . . . » 10

ARRIGONI marchese DECIO. — Milano. . . . . » 1

ARVEDI dottor SEBASTIANO, direttore dell'I. R. Istituto veterinario in Milano . . . . » 1

ATENEO di Salò. . . . . » 4

BAGLIACCA nob. GIOVANNI BATTISTA, 1.° aggiunto presso l'I. R. Delegazione provinciale in Como . . . . » 1

BALABIO nob. CRISTOFORO. — Milano. . . . . » 3

BALBI nob. ADRIANO, cavaliere di più ordini, I. R. consigliere, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, socio di varie altre accademie nazionali e straniere. — Milano . . . . » 1

BALSAMO CRIVELLI nob. GIUSEPPE, professore di storia naturale negli II. RR. Licei di Milano, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, socio di varie altre accademie nazionali e straniere . » 1

BARBIERI (DI) BENEDETTO, capitano del Genio in Mantova . . . . . » 1

BARBÒ conte BARNABA. — Milano . . . . » 2

BARBÒ nob. FULVIO. — Milano. . . . . » 1

BARBÒ nob. GIACOMO. — Milano . . . . » 1

BAROGGI AQUILINO, membro del Consiglio comunale in Milano . . . » 1

BAROZZI MICHELE, direttore delle Pie Case d'industria e di ricovero in Milano . . . . » 1

BASSI nob. CARLO, segretario generale del VI Congresso degli scienziati italiani, ec. — Milano . . . . » 3

BASSI nob. GIROLAMO, membro del Consiglio comunale in Milano. . . » 3

BASSI nob. PAOLO, membro del Consiglio comunale in Milano, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti . . » 5

BAZZINI dottor CARLO AUGUSTO, professore di statistica europea nell'I. R. Università di Padova . . . . » 1

BAZZONI CARLO, dottor fisico. — Longone, provincia di Como . . . » 1

Azioni N.° 350

Azioni N.° 350

BELCREDI marchese FRANCESCO. — Milano . . . . » 1

BELGIOJOSO conte PAOLO, studente di matematica nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

BELLANI canonico ANGELO, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, socio di varie altre accademie. — Milano . » 1

BELLARDI GRANELLI dottor GIULIO, professore ordinario di diritto naturale privato e pubblico nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 2

BELLATI don ANTONIO, I. R. consigliere di Governo, delegato della provincia di Pavia, socio dell'Ateneo bresciano, ec. . . . . » 1

BELLATI LUIGI, I. R. pretore in Morbegno . . . . » 1

BELLI dottor GIUSEPPE, professore ordinario di fisica nell'I. R. Università di Pavia, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, socio di varie altre accademie . . . . » 1

BELLINI BERNARDO, professore di filologia e letteratura classica latina e di storia universale nell'I. R. Liceo di Cremona . . . . » 1

BELLINZAGHI CARLO, membro del Consiglio comunale in Milano . . . . » 2

BELLOTTI CRISTOFORO, ingegnere. — Milano . . . . » 2

BELLOTTI dottor FELICE, consigliere straordinario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano . . . . » 2

BELLOTTI FRANCESCO, ingegnere aggiunto presso l'I. R. Delegazione provinciale in Milano . . . . » 1

BELLOTTI dottor PIETRO, assessore presso la Congregaz. municipale di Milano. » 2

BENELLI sacerdote FILIPPO, prefetto del Ginnasio comunale di S.ª Marta in Milano. . . . . » 1

BERCHET don CARLO, I. R. consigliere di Governo, delegato della provincia di Lodi e Crema, socio onorario degli Atenei di Brescia e di Bergamo. » 1

BERETTA dottor ANTONIO, assessore presso la Congregazione municipale di Milano. . . . . » 2

BERETTA don GIACOMO, cav. dell'ordine I. russo di S. Anna, I. R. consigliere di Governo, delegato della provincia di Como . . . . » 3

BERETTA GIUSEPPE, vice-direttore dell'I. R. Contabilità centrale in Milano » 1

BERETTA IGNAZIO, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, professore ordinario di diritto romano e feudale nell'I. R. Università di Pavia . » 1

BERETTA VINCENZO. — Milano . . . . » 1

Azioni N.° 378

Azioni N. 378

BERNARDONI don GIUSEPPE, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, I. R. consigliere emerito di Governo. — Milano . . . . » 1

BERNARDONI GIUSEPPE, tipografo. — Milano. . . . . » 1

BERNATI ANTONIO, professore ordinario di disegno di architettura civile nell'I. R. Università di Padova. . . . . » 1

BERRA CARLO, ingegnere. — Milano. . . . . » 2

BERTOGLIO nob. LUIGI, segretario presso l'I. R. Governo di Lombardia, ec. » 1

BERTOLLI GASPARE. — Milano . . . . » 1

BESOZZI nob. CARLO, capitano del Genio in Milano . . . . » 2

BESOZZI nob. TADDEO, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, consigliere dell'I. R. Tribunale generale d'appello di Lombardia. — Milano. » 1

BIANCHI professore GIUSEPPE, direttore dell'I. R. Osservatorio astronomico di Modena, ec. . . . . » 1

BIANCONI GIOVANNI BATTISTA, professore d'umanità nell'I. R. Ginnasio di Brera in Milano. » 1

BIZIO dottor BARTOLOMEO, membro effettivo e vice-segretario dell'I. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. — Venezia . . . . » 1

BONGIANI sac. GIUSEPPE, prefetto dell'I. R. Ginnasio di Brera in Milano. » 1

BONICELLI sac. VINCENZO, professore di fisica nel Seminario vescovile di Bergamo, socio corrispondente dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti. . . . . » 1

BONORA dottor SIRO, professore di patologia e terapia speciale nell'I. R. Istituto veterinario in Milano . . . . » 1

BORDONI ANTONIO, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, professore di geodesia ed idrometria nell'I. R. Università di Pavia, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, socio onorario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, ec. . . . . . . » 2

BORGNIS dottor GIUS. ANT., professore di matematica applicata nell'I. R. Università di Pavia, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, ec. . . . . » 2

BOTTANI dottor GIUSEPPE, chirurgo presso l'I. R. Deleg. prov. in Bergamo. » 1

BOVARA GIUSEPPE, ingegnere. — Lecco . . . . » 2

BOZZI don GIO. BATTISTA, cav. DE OROBIOFILI, cavaliere dell'ord. I. austr. della Corona di ferro, I. R. consigliere di Governo, delegato della provincia di Bergamo, socio di quell'Ateneo. . . . . » 1

Azioni N.° 402

Azioni N.° 402

Brambilla dottor Giuseppe, aggiunto onorario presso l'I. R. Delegazione provinciale in Milano . . . . » 1

Brambilla Paolo, professore emerito di matematica nell'I. R. Liceo di S. Alessandro in Milano, membro onorario della Società Italiana delle scienze residente in Modena, ec. . . . . » 1

Brey Gaetano, ingegnere. — Milano . . . . » 2

Brocca Luigi, membro del Consiglio comunale in Milano . . . . . » 2

Broglio dottor Emilio, segretario presso la Direzione Lombarda dell'I. R. priv. Strada ferrata Ferdinandea Lombardo-Veneta. — Milano. . . » 1

Bruschetti Giuseppe, ingegnere. — Milano . . . . » 1

Busca nobile Antonio, I. R. ciambellano attuale, ec. — Milano . . . » 8

Bussedi Gio. Maria, professore di filologia latina e di storia nell'I. R. Liceo di Porta Nuova in Milano. . . . . » 1

Buzzetti ingegnere Curzio, allievo presso l'I. R. Osservatorio astronomico di Milano . . . . » 1

Caccia Dominioni nob. Giuseppe, amministratore de' Luoghi Pii elemosinieri in Milano . . . . » 1

Cadolini Giuseppe, ingegnere presso l'I. R. Delegazione provinciale in Milano, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti. . . . . » 1

Caimi Carlo, ingegnere in capo presso l'I. R. Delegazione provinciale in Milano. . . . . » 1

Caimi Francesco, vice-direttore e amministratore del Collegio Calchi-Taeggi in Milano . . . . » 2

Cairati Costantino, negoziante. — Milano . . . . » 1

Cairoli dottor Carlo, professore emerito, direttore degli studj medico-chirurgico-farmaceutici e preside della facoltà medico-chirurgica nell'I. R. Università di Pavia, membro onorario dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti. . . . . » 2

Calderini Carlo Ampellio, dottor fisico. — Milano. . . . . » 1

Calvi Anastasio, ingegnere. — Milano. . . . . » 1

Calvi Girolamo, vice-direttore del Ginnasio comunale di S.ª Marta in Milano, secondo conservatore della Società d'incoraggiamento di scienze, lettere ed arti, socio onorario delle Accademie di belle arti di Milano e di Firenze . . . . » 2

Azioni N.° 432

Azioni N.° 432

CALVI dottor GOTTARDO, aggiunto presso l'I. R. Gabinetto numismatico in Milano. . . . . » 1

CAMAGNI dottor CARLO. — Milano. . . . . » 2

CAPELLI dottor ANTONIO, professore di scienze propedeutiche nell'I. R. Istituto veterinario in Milano . . . . » 1

CAPSONI GIOVANNI, dottor fisico, socio dell'Ateneo di Bergamo, ec. — Milano. » 1

CARABELLI LUIGI, convittore del Collegio de' PP. Barnabiti in Monza. . » 1

CARBONI LUIGI, deputato presso la Congregazione centrale in Milano. . » 1

CARCANO nobile FRANCESCO, I. R. ciambellano attuale, tenente-colonnello, ec. — Milano . . . . » 1

CARENA nobile ALESSANDRO, deputato presso la Congregazione provinciale in Pavia . . . . » 1

CARLINI FRANCESCO, cav. dell' ordine I. austr. di Leopoldo, del R. ordine sardo de'SS. Maurizio e Lazzaro, direttore dell'I. R. Osservatorio astronomico di Milano, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, socio di varie altre accademie nazionali e straniere . . . » 3

CARMAGNOLA dottor LUIGI. — Milano. . . . . » 1

CARMINATI GIROLAMO, ingegnere in capo presso l'I. R. Delegazione provinciale di Lodi e Crema. — Lodi. . . . . » 1

CAROVE LUIGI, ingegnere. — Como . . . . » 1

CAROZZI ANGIOLA vedova Cavalieri. — Milano. . . . . » 2

CARPANI monsignore GIO. PALAMEDE, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, I. R. consigliere, ispettore in capo delle Scuole elementari della Lombardia. — Milano. . . . . » 1

CASATI conte GABRIO, podestà di Milano, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, commendatore dell'ordine pontificio di S. Gregorio Magno, socio onorario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano. . » 4

CASATI GAETANO, ingegnere. — Milano . . . . » 1

CASTELBARCO-VISCONTI conte CARLO, I. R. ciambellano attuale. — Milano. » 6

CASTELLI LUIGI. — Milano . . . . » 1

CASTELNOVO FRANCESCO. — Milano . . . . » 1

CATENA sac. dottor BARTOLOMEO, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, prefetto della Biblioteca ambrosiana in Milano, ec. . . . . » 1

Azioni N.° 464

Azioni N.° 464

Cattanei (de') di Momo nob. Ferdinando, professore di chimica generale e farmaceutica nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

Cattaneo dottor Carlo, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti. — Milano. . . . . » 1

Cattaneo sac. Carlo, professore di umanità nell'I. R. Ginnasio di Sant'Alessandro in Milano . . . . » 1

Catullo dottor Tomaso Ant., professore d'introduzione allo studio della medicina e della chirurgia e di storia naturale speciale, rettore magnifico dell'I. R. Università di Padova, membro effettivo dell'I. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, ec. . . . . » 1

Cavaleri Luigi, dottor fisico. — Milano. . . . . » 1

Cavalieri Luigia maritata Camagni. — Milano . . . . » 2

Cavalieri Marietta maritata Pizzagalli. — Milano. . . . . » 2

Cavezzali dottor Francesco. — Milano . . . . » 2

Cazzago nob. Bartolomeo, deputato presso la Congregazione centrale in Milano. . . . . » 1

Cesati barone Vincenzo, relatore presso la Congregazione provinciale in Brescia, membro di varie accademie nazionali e straniere . . . . » 1

Citterio nobile Antonio. — Milano . . . . » 3

Cobianchi sac. Luigi, professore d'istruzione religiosa nell'I. R. Liceo di Porta Nuova in Milano . . . . » 1

Codazza dottor Giovanni, professore di geometria descrittiva nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

Collegio de' PP. Barnabiti di Sant'Alessandro in Milano . . . . » 1

Collegio de' PP. Barnabiti di S. Barnaba in Milano . . . . » 1

Collegio Convitto de' PP. Barnabiti in Monza . . . . » 1

Collegio de' PP. Barnabiti di S.ª Maria in Carrobiolo in Monza . . . » 1

Collegio Borromeo (Alunni del) in Pavia . . . . » 3

Colonnetti sac. Mauro, prefetto dell'I. R. Ginnasio di Sant'Alessandro in Milano, I. R. censore . . . . » 1

Comolli dottor Giuseppe, professore di economia rurale nell'I. R. Università di Pavia. . . . . » 1

Confalonieri nob. Tiberio. — Milano. — (Defunto). . . . . » 1

Configliachi sac. dottor Luigi, professore di storia naturale universale e di economia rurale nell'I. R. Università di Padova . . . . » 1

Azioni N.° 493

Azioni N.° 493

CONFIGLIACHI sac. dottor PIETRO, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, I. R. consigliere, professore emerito nell'I. R. Università di Pavia, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, ec. (defunto) . . . . » 2

CONTI dottor CARLO, professore di matematica applicata nell'I. R. Università di Padova, membro effettivo dell'I. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. . . . . » 1

CONTINI dottor CARLO, direttore dell'I. R. Amministraz. del censo in Milano. » 1

CONTURBIA (DA) nob. FORTUNATO, vice-segretario dell'I. R. Magistrato camerale di Lombardia, ec. — Milano . . . . » 1

CORTESE FRANCESCO, professore di anatomia nell'I. R. Università di Padova, membro effettivo dell'I. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. » 1

CORTI conte FRANCESCO, capitano e direttore del Genio in Piacenza . . » 2

CORTI GIOVANNI, ingegnere. — Milano . . . . » 1

COSSA nob. GIUSEPPE, vice-bibliotecario dell'I. R. Biblioteca di Brera in Milano, socio corrispondente dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti . . . . » 1

CRIVELLI nob. VITALIANO, consigliere straordinario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, assessore presso la Congregazione municipale di essa città, ec. . . . . » 2

CURIONI FRANCESCO. — Milano . . . . » 1

CURIONI nob. GIULIO, assessore del VI Congresso degli scienziati italiani, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti. — Milano. » 1

CUSI GIUSEPPE, ingegnere in capo della provincia di Como, socio onorario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano. . . . . » 1

DAL VERME conte LUIGI, I. R. ciambellano attuale, ec. — Milano. . . » 1

DEBELLAK MATTIA, professore di lingua e letteratura tedesca nell'I. R. Liceo di Porta Nuova e nell'I. R. Ginnasio di Brera in Milano. . . . . . » 1

DE CAPITANI nob. PAOLO, barone DI VIMERCATO, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, membro onorario dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti e delle II. RR. Accademie di belle arti di Milano e di Venezia. — Milano. . . . . » 2

DE CRISTOFORIS nob. LUIGI, membro effettivo e vice-segretario dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti. — Milano. . . . . . » 1

DE FILIPPI dottor FILIPPO, direttore aggiunto al Museo civico di storia naturale in Milano . . . . » 1

Azioni N.° 514

Azioni N.° 514

De Herra nob. Ferdinando, I. R. consigliere e scudiere, direttore dell'I. R. Liceo di Sant'Alessandro in Milano . . . . » 1

De Luigi Giuseppe, ingegnere. — Milano . . . . » 1

Del Chiappa dottor Giuseppe Antonio, professore di clinica medica e terapia speciale pei chirurgi nell'I. R. Università di Pavia. . . . . . . » 1

Dell'Acqua dottor Paolo, professore supplente alla cattedra di anatomia sublime e di fisiologia nell'I. R. Università di Pavia . . . . . . » 1

Della Casa Vittorio, professore di matematica pura elementare nell'I. R. Università di Padova . . . . » 1

Della Tela nobile Giacomo, ingegnere. — Milano . . . . » 1

Delmati ingegnere Stefano, archivista presso l'I. R. Giunta del censimento. — Milano . . . . » 1

Dierzer Luigi, capitano del Genio in Mantova . . . . » 1

Donegani cav. Carlo, nob. di Stilfserberg, ingegnere, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, aggiunto presso l'I. R. Direzione generale delle pubbliche costruzioni per gli affari delle strade, ec. — Milano . » 1

Dordi (de) don Felice Ferdinando, cavaliere dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, I. R. consigliere di Governo addetto alla Giunta del censimento, ec. — Milano. . . . . » 2

Döry di Jobahaza nob. Antonio, I. R. commissario super. di Polizia in Milano. » 1

Durini conte Giuseppe. — Milano. . . . . » 1

Falcinelli sacerdote Giacinto, canonico, regio sub-economo del distretto di Sondrio . . . . » 1

Fantonetti dottor Giambattista, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti e di varie altre accademie nazionali e straniere. — Milano. . . . . » 1

Ferrario sac. dottor Giulio, cavaliere dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, membro dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, ec. — Milano. . . . . » 2

Ferrario dottor Giuseppe, Presidente del pio Istituto di soccorso pei medici e chirurgi della Lombardia, socio di varie accad. scientifiche, ec. — Milano. » 1

Ferrario padre Ottavio, membro dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti e di varie altre accademie scientifiche, ec. — Milano . » 2

Flarer dottor Francesco, professore d'oculistica teorica e pratica nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

Azioni N. 535

Azioni N.° 535

FORMENTI dottor GIAMBATTISTA, I. R. consigliere, commissario superiore di Polizia in Milano . . . . » 1

FORNI nob. AMBROGIO. — Milano . . . . » 1

FRANCHINI ingegnere PROSPERO, I. R. direttore generale delle pubbliche costruzioni in Milano. . . . . » 1

FRULLI GAETANO, direttore degli ufficj d'ordine presso l'I. R. Magistrato camerale in Lombardia. . . . . » 1

GAAL DI GYULA NICOLA, I. R. ciambellano attuale, maggiore e direttore del Genio in Milano. . . . . » 2

GABBA dottor ALBERTO, professore di matematica pura elementare nell'I. R. Università di Pavia, membro degli Atenei di Brescia e di Bergamo . » 1

GABBA MELCHIADE, professore d'umanità nell'I. R. Ginnasio di Brera in Milano. . . . . » 1

GALLARATI FRANCESCO, dottor fisico. — Milano . . . . » 1

GALLI NICOLA, deputato presso la Congregazione centrale in Milano. . » 1

GEMMI sac. LUIGI, professore catechista nell'I. R. Ginnasio di Sant'Alessandro in Milano. . . . . » 1

GENNARI dottor LEONARDO, professore di procedura giudiziaria, notarile, ec. e rettore magnifico dell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

GHERARDINI dottor GIOVANNI, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti. — Milano. . . . . » 3

GHIOTTI sac. TOMASO, professore di grammatica nell'I. R. Ginnasio di Sant'Alessandro in Milano. . . . . » 1

GIANELLA ingegnere CARLO, cavaliere del R. ordine sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, ec. — Milano. . . . . » 5

GIANELLA FRANCESCO, dottor fisico. — Milano. . . . . » 2

GIANORINI COSTANTINO, canonico nella basilica Imp. di Sant'Ambrogio in Milano. . . . . » 1

GIANZINI GIOVANNI, ingegnere. — Milano . . . . » 1

GINNASIO I. R. in Pavia . . . . » 1

GIOVIO conte FRANCESCO, I. R. ciambellano attuale, deputato presso la Congregazione provinciale in Como. . . . . » 1

GIUDICI (DE) nob. ANTONIO, consigliere di Governo, prefetto dell'I. R. Monte del Regno Lombardo-Veneto. — Milano . . . . » 1

Azioni N.° 568

Azioni N.° 563

GIULINI FRANCESCO, assessore presso la Congregazione municipale di Como. » 1

GIUSSANI GIUSEPPE, ingegnere. — Milano . . . . » 1

GONZALES ANGELO, ingegnere in capo presso l'I. R. Delegazione provinciale in Mantova . . . . » 1

GORI don PIETRO, consigliere aulico, procuratore camerale presso l'I. R. Fisco in Milano, ec. » 1

GREPPI conte MARCO, assessore presso la Congregazione municipale di Milano. » 2

GUAJTA GIUSEPPE, aggiunto presso l'I. R. Delegazione provinc. in Milano. » 1

HAMMER PURGSTALL barone GIUSEPPE, cavaliere di più ordini, membro onorario dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, ec. — Vienna. » 3

HOMODEI DI CALIGNANO nob. LUIGI, consigliere dell'I. R. Tribunale generale d'appello di Lombardia. — Milano . . . . » 1

IMBALDI avvocato VINCENZO, deputato presso la Congregazione provinciale in Pavia . . . . » 1

IMPERATORI GIOVANNI BATTISTA, avvocato. — Milano. . . . . » 1

ISIMBARDI marchese PIETRO, I. R. ciambellano attuale, ec. — Milano . » 2

KLUCHY nob. GUSTAVO, I. R. intendente di finanza in Morbegno . . . » 1

KRAMER (DE) nob. ANTONIO, professore di chimica tecnica, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, ec. — Milano. » 1

KRENTZLIN nob. GALEAZZO, ingegnere, ispettore de' canali navigabili presso l'I. R. Direzione generale delle pubbliche costruzioni in Milano . » 1

LABUS dottor GIOVANNI, cav. del R. ordine sardo de'SS. Maurizio e Lazzaro e dell'ordine pontificio di S. Gregorio Magno, membro effettivo e segretario dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, socio dell'Istituto R. di Francia (Accad. delle iscrizioni e belle lettere), e di varie altre accademie scientifiche e letterarie. — Milano . . . . » 1

LANFRANCHI dottor LUIGI, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, professore emerito e bibliotecario nell'I. R. Università di Pavia . . » 1

LAVELLI LEOPOLDO, professore di disegno geometrico e meccanico nell'I. R. Università di Padova . . . . » 1

LECHI nob. LUIGI. — Brescia . . . . » 1

LEONHARDI barone FRANCESCO, capitano del Genio in Peschiera . . . » 1

LEVA SIRO, ingegnere in capo presso l'I. R. Delegazione provinciale in Sondrio . . . . » 1

Azioni N.° 587

Azioni N.° 587

LINDNER don MATTIA REMIGIO, I. R. consigliere di Governo, 1.° aggiunto presso l'I. R. Direzione generale di polizia in Milano . . . . » 1

LITTA duca ANTONIO, cavaliere gerosolimitano. — Milano . . . . . » 3

LITTA conte POMPEO, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, commendatore del R. ordine sardo de'SS. Maurizio e Lazzaro, cav. della Legione d'onore, consigliere straordinario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, ec. — Milano . . . . » 2

LITTA MODIGNANI nob. ALESSANDRO. — Milano . . . . » 1

LITTA MODIGNANI nob. GIROLAMO. — Milano . . . . » 1

LITTA MODIGNANI nob. GIULIO. — Milano . . . . » 1

LITTA MODIGNANI nob. LORENZO, I. R. ciambellano attuale, cav. di più ordini, vice-direttore dell'I. R. Ginnasio di Brera in Milano, ec. . . » 2

LITTA MODIGNANI nob. LUIGI. — Milano . . . . » 1

LITTA MODIGNANI nob. PAOLO. — Milano . . . . » 1

LOCATELLI GIOVANNI BATTISTA. — Milano . . . . » 1

LOMBARDI ingegnere ANTONIO, segretario della Società Italiana delle scienze residente in Modena, ec. . . . . » 2

LOMBARDINI ELIA, ingegnere di 1.ª classe presso l'I. R. Direzione generale delle pubbliche costruzioni, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti. — Milano. . . . . » 1

LONDONIO CARLO cav. DI BORGARELLO, cav. degli ordini II. austr. di Leopoldo e della Corona di ferro, presidente dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, socio onorario delle Accademie di belle arti di Vienna, Venezia, Firenze, Bologna, ec. . . . . » 4

LONDONIO nob. LUIGI. — Milano . . . . » 1

LONGARI PONZONI IPPOLITO, assessore presso la Congregazione municipale di Casalmaggiore . . . . » 1

LONGHI CARLO FRANCESCO. — Milano. . . . . » 1

LOTTERI GIROLAMO, avvocato. — Milano. . . . . » 1

LUCINI cav. ERASMO, ingegnere, I. R. consigliere di Governo presso la Giunta del censimento in Milano , ec. (defunto) . . . . » 1

LUCINI cav. IGNAZIO, segretario di Governo presso l'I. R. Magistrato camerale di Lombardia. — Milano . . . . » 1

Azioni N.° 622

Azioni N.° 622

LUGANI don ANTONIO, I. R. consigliere di Governo, delegato della provincia di Sondrio. . . . . » 2

LURASCHI LUIGI, assessore anziano presso la Congregazione municipale di Como . . . . » 2

MACCARANI FRANCESCO, professore di fisica e storia naturale nell'I. R. Liceo di Bergamo . . . . » 1

MAGRINI dottor LUIGI, professore di fisica nell'I. R. Liceo di Porta Nuova in Milano, socio dell'I. R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova e dell'Ateneo di Venezia. . . . . » 1

MAINARDI dottor GASPARE, professore ordinario di matematica pura sublime nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

MAIRONI nob. ADOLFO, primo aggiunto presso l'I. R. Delegazione provinciale in Bergamo, socio di quell'Ateneo . . . . » 1

MAJOCCHI GIO. ALESSANDRO, ingegnere, professore di fisica nell'I. R. Liceo di Sant'Alessandro in Milano, socio corrispondente della R. Accademia delle scienze di Torino, e di quella di scienze, lettere ed arti della Valle Tiberina, ec. » 1

MALGRANI (DE) GIO. BATTISTA, barone di MONTENOVO, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, socio di varie accademie, presidente dell'I. R. Magistrato camerale di Lombardia. — Milano . . . . » 4

MANCINI nob. FRANCESCO, I. R. scudiere, ingegnere di prima classe presso l'I. R. Direzione generale delle pubbliche costruzioni in Milano . . » 1

MANGANINI don CARLO, consigliere dell'I. R. Tribunale generale d'appello di Lombardia. — Milano. » 1

MANUSARDI FRANCESCO, convittore del Collegio de'PP. Barnabiti in Monza. » 1

MANZI nob. GIOVANNI, dottore in matematica. — Milano . . . . . . » 1

MANZONI ALESSANDRO, membro onorario dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti e dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, ec. — Milano . . . . » 1

MARABELLI G. ALESSANDRO, professore di grammatica nell'I. R. Ginnasio di Sondrio . . . . » 1

MARAZZI dottor GIOVANNI, segretario presso l'I. R. Giunta del censimento in Milano. . . . . » 1

MARAZZI conte PAOLO. — Milano . . . . » 1

MARCHESELLI GIOVANNI, ingegnere. — Casalmaggiore. . . . . » 1

Azioni N.° 644

Azioni N.° 644

MARCHESI dottor GIUSEPPE, professore ordinario di architettura civile ed idraulica nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

MARENGHI monsignor GIUSEPPE, abate mitrato. — Casalmaggiore. . . » 1

MARIETTI sac. BERNARDO. — Milano, (defunto). . . . . » 1

MARINONI nob. GIORGIO, segretario presso la Congregazione centrale in Milano. » 1

MAROZZI GIUSEPPE, ingegnere, deputato presso la Congregazione provinciale in Pavia . . . . » 1

MAZZOLA ANGELO, professore di matematica nel Liceo comunale di Lodi. » 1

MAZZUCCHELLI dottor GIOVANNI. — Milano . . . . » 1

MELZI D'ERIL duca LODOVICO. — Milano . . . . » 40

MELZI nob. GAETANO. — Milano . . . . » 4

MERINI sac. ANDREA, proposto-parroco in S. Francesco da Paola in Milano. » 1

MIGLIARA ERNESTO, ragioniere. — Milano . . . . » 1

MILANI GIOVANNI, ingegnere in capo dell'I. R. privilegiata Strada ferrata Ferdinandea Lombardo-Veneta, membro effettivo dell'I. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. — Verona . . . . » 1

MINOJA dottor LUCREZIO, professore di chirurgia veterinaria, di teoria della ferratura e di clinica chirurgica nell'I. R. Istituto veterinario in Milano. » 1

MINOLA sac. CARLO PIO, rettore del Collegio de' PP. Barnabiti in Monza. » 1

MINUTI CEREDA CARLO, ingegnere. — Milano . . . . » 1

MOGLIA DOMENICO, professore e consigliere ordinario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano. . . . . » 2

MOLTENI ENRICO, ingegnere. — Milano . . . . » 1

MONTANI GIOVANNI, ingegnere, assessore presso la Congregazione municipale di Casalmaggiore . . . . » 1

MORETTI dottor GIUSEPPE, professore di botanica nell'I. R. Università di Pavia, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, socio di varie altre accademie . . . . » 1

MORONI conte PIETRO, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, I. R. ciambellano attuale, direttore dell'I. R. Liceo in Bergamo. . . » 1

MOSSOTTI OTTAVIANO FABRIZIO, cav. dell'ordine granducale toscano di S. Giuseppe, professore di fisica matematica e meccanica celeste nell'I. R. Università di Pisa, membro di varie accademie, ec. . . . » 1

Azioni N.° 708

Azioni N.° 708

[illegible] nob. Giulio, I. R. consigliere di Governo presso il Magistrato camerale di Lombardia. — Milano . . . . » 1

Neipperg de, conte Gustavo, cavaliere gerosolimitano, I. R. ciambellano attuale, capitano del Genio in Milano, ec. . . . . » 1

[illegible] Giuseppe, ingegnere. — Milano . . . . » 1

Padova Giulio Cesare, ingegnere. — Casalmaggiore. . . . . . . » 1

[illegible] nobile Giulio, membro del Consiglio comunale in Milano, ec. » 2

Paganini Carlo, ingegnere, direttore dell'I. R. Scuola tecnica in Milano, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, defunto . . . . » 1

Pagnoncelli Pier Antonio, ingegnere, socio dell'Ateneo di Bergamo . » 1

Pallavicini marchese Giuseppe, I. R. ciambellano attuale, ec. — Milano. » 8

Panizza dottor Bartolomeo, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, professore ordinario d'anatomia umana nell'I. R. Università di Pavia, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, socio onorario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, ec. . . . » 1

Paolini sacerdote Angelo, professore d'istruzione religiosa nell'I. R. Liceo di Cremona . . . . » 1

Parola sacerdote Giuseppe, vice-prefetto nell'I. R. Ginnasio di Brera in Milano. . . . . » 1

Pasini Lodovico, membro effettivo e segretario dell'I. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, ec. — Venezia . . . . » 1

Pasta Angelo. — Milano . . . . » 1

Patellani dottor Luigi, professore di zootomia e fisiologia nell'I. R. Istituto veterinario in Milano . . . . » 1

Pecchio don Pietro, I. R. consigliere di Governo. — Milano . . . . » 1

Pensa Pietro, negoziante. — Milano. . . . . » 1

Perego Antonio, professore di fisica e storia naturale nell'I. R. Liceo di Brescia . . . . » 1

Perti avvocato Tomaso, assessore presso la Congregazione municipale di Como . . . . » 1

Pertile sac. Gio. Battista, professore di diritto ecclesiastico nell'I. R. Università di Pavia. . . . . » 1

Azioni N.° 735

Azioni N.° 735

PESTAGALLI PIETRO, ingegnere architetto, aggiunto presso l'I. R. Direzione generale delle pubbliche costruzioni, socio dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano . . . . » 1

PEYPERT GIUSEPPE, maggiore e direttore del Genio in Peschiera . . . » 2

PICCALUGA GAETANO, negoziante. — Milano. . . . . » 1

PIOLA sacerdote nob. ALESSANDRO. — Milano . . . . » 1

PIOLA nob. GABRIO, membro effettivo e presidente dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, socio di varie altre accademie scientifiche, assessore del VI Congresso degli scienziati italiani, ec. — Milano. » 3

PIOLA nob. GIUSEPPE. — Milano . . . . » 1

PIOLA nob. OTTAVIO. — Milano . . . . » 2

PIOLA-PETAZZI nob. LUIGIA. — Milano . . . . » 2

PIROVANO CARLO, relatore presso la Congregazione provinciale in Milano. » 1

PIZZAGALLI FRANCESCO. — Milano. . . . . » 2

PLATNER dottor CAMILLO, professore di medicina legale e polizia medica nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

POLIDORI abate LUIGI, canonico lauretano. — Milano . . . . . . » 1

PORRO conte CARLO. — Milano. . . . . » 1

PORRO barone FERDINANDO, cavaliere dell'ordine italiano della Corona di ferro, ec. . . . . » 1

PORTA GIOVANNI, ingegnere. — Milano . . . . » 1

POSSENTI CARLO, ingegnere, socio corrispondente dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, ec. — Milano . . . . » 1

PRIMO GIROLAMO, I. R. ispettore de' nitri e delle polveri in Milano . . » 2

RACCHETTI dottor ALESSANDRO, I. R. consigliere, membro effettivo dell'I. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, professore di procedura giudiziaria notarile, ec. nell'I. R. Università di Padova. . . . . . . » 1

RAGAZZI marchese BERARDO, aggiunto presso l'I. R. Direzione generale di polizia, direttore provvisorio dell'I. R. ufficio centrale di censura in Milano. » 2

RE nob. ANTONIO, cavaliere di più ordini. — Milano. . . . . . . » 1

REALE dottor AGOSTINO, professore di diritto civile generale austriaco nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

REDAELLI CARLO, ingegnere. — Milano . . . . » 2

Azioni N.° 766

Azioni N.° 766

Rezzoli sac. Giuseppe Francesco, prefetto dell'I. R. Ginnasio e rettore del Collegio in Sondrio . . . . » 1

Rezzonico avvocato Francesco, I. R. consigliere di Governo presso la Giunta del censimento in Milano, socio corrispondente dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, ec.. . . . . » 1

Rezzonico Giovanni, assessore presso la Camera di commercio in Como. » 1

Riva Francesco, ragioniere in capo presso la Congregazione provinciale in Milano. . . . . » 1

Rivolta Giuseppe Eugenio, farmacista. — Milano. . . . . » 1

Rocca-Saporiti conte Apollinare, cavaliere di più ordini e ciambellano di S. A. I. R. il Duca di Modena. — Milano. . . . . » 5

Rohn Giovanni, maggiore e direttore del Genio in Mantova . . . . » 2

Rolla dottor Luigi, professore di filosofia nell'I. R. Liceo di Porta Nuova in Milano . . . . » 1

Rosenthal Antonio Francesco, professore di lingua e letteratura tedesca nell'I. R. Liceo di Cremona . . . . » 1

Rossi Antonio, dottor fisico. — Milano. . . . . » 1

Rossi dottor Francesco, bibliotecario dell'I. R. Biblioteca di Brera in Milano, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, ec. » 1

Rotondi Giacomo, dottor fisico. — Milano . . . . » 1

Rovida sac. nobile Cesare, cav. del R. ordine sardo de' SS. Maurizio e Lazzaro, I. R. consigliere, professore di matematica nell'I. R. Liceo di Porta Nuova in Milano, I. R. censore. . . . . » 1

Rusca conte Luigi, I. R. consigliere di Governo, socio onorario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano e degli Atenei di Brescia e di Salò. » 1

Sajler Francesco, cavallerizzo. — Milano . . . . » 1

Sala Antonio, professore di grammatica nel Ginnasio comunale di Santa Marta in Milano . . . . » 1

Sala Giacomo, consigliere dell'I. R. Tribunale civile di prima istanza in Milano. . . . . » 2

Saleri avvocato Giuseppe, presidente dell'Ateneo bresciano, membro effettivo dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti, ec. — Brescia. » 1

Salis conte Rodolfo, deputato presso la Congregazione centrale in Milano, ec. » 1

Salvioni sacerdote Agostino, bibliotecario, segretario dell'Ateneo di Bergamo, ec. . . . . » 1

Azioni N.° 792

Azioni N.° 792

SANNER consigliere BALDASSARE, giureconsulto. — Milano . . . . . » 2

SANSEVERINO conte FAUSTINO. — Crema . . . . » 1

SCARENZIO dottor LUIGI, professore di patologia generale e materia medica nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

SCHIZZI conte FOLCHINO, cavaliere di più ordini, I. R. ciambellano attuale, deputato presso la Congregazione centrale, direttore dell'I. R. Liceo di Porta Nuova in Milano. . . . . » 1

SCOTTI sac. dottor ANTONIO, professore di istruzione religiosa e di pedagogia nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

SCOTTI dottor DOMENICO. — Milano . . . . » 1

SCOTTI GALLARATI conte TOMASO, principe di MOLFETTA, duca di S. PIETRO, ec. — Milano. . . . . » 4

SILVESTRI GIOVANNI, cavaliere dell'ordine greco del Salvatore, tipografo. — Milano. . . . . » 1

SOCIETA' D'INCORAGGIAMENTO di scienze, lettere ed arti in Milano . . » 2

SOGNI ANTONIO. — Milano . . . . » 1

SOGNI GIUSEPPE, pittore storico, professore e consigliere ordinario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, professore di prima classe di quella di Firenze ed accademico d'onore di quella di Bologna, ec. — Milano. . . . . » 1

STAURENGO dottor STEFANO, deputato presso la Congregazione provinciale in Milano. . . . . » 1

STEFANI dottor ANDREA, professore di medicina legale e polizia medica nell'I. R. Università di Padova. . . . . » 1

STOPPANI ANTONIO, ingegnere. — Milano . . . . » 2

STRADA monsignore FRANCESCO, proposto-parroco nella basilica Imp. di Sant'Ambrogio in Milano. . . . . » 2

TAGLIABO' PAOLO, cavaliere del R. ordine sardo de'SS. Maurizio e Lazzaro, segretario presso l'I. R. Governo di Lombardia, ec. . . . . . . » 1

TATTI FRANCESCO, I. R. vice-delegato della provincia di Sondrio . . . » 1

TAVERNA conte FILIPPO. — Milano . . . . » 2

TAVERNA conte LORENZO. — Milano . . . . » 2

TERZI nob. FERMO, cav. dell'ordine I. austr. della Corona di ferro, vicepresidente dell'I. R. Giunta del censimento in Milano, presidente della

Azioni N.° 820

Azioni N.° 820

Commissione liquidatrice del debito pubblico, socio onorario dell'Ateneo di Brescia, ec. . . . . » 1

TEYBER (DE) nob. GIUSEPPE, cav. dell'ordine I. austriaco di Leopoldo, tenente-colonnello del Genio, direttore distrettuale del Genio e delle fortificazioni nella Lombardia, ec. . . . . » 3

TINELLI nob. CARLO. — Milano . . . . » 1

TOGNOLA PAOLO, professore di matematica nell'I. R. Liceo di Mantova . » 1

TOMMASINI cav. GIACOMO, professore di clinica medica nella Ducale Università di Parma, membro di varie accademie scientifiche, ec. . . . . . » 1

TORRESANI DI LANZENFELD E CAMPONERO barone CARLO GIUSTO, consigliere aulico, cavaliere commendatore di più ordini, membro di varie accademie, I. R. direttore generale della polizia in Milano. . . . . » 1

TORRESINI dottor GIUSEPPE, professore di clinica oculistica nell'I. R. Università di Padova . . . . » 1

TURAZZA DOMENICO, professore di geodesia ed idrometria nell'I. R. Università di Padova, membro effettivo dell'I. R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, ec. . . . . » 1

UBICINI PIETRO, avvocato. — Milano — (Defunto) . . . . » 2

UBOLDO AMBROGIO nobile DI VILLAREGGIO, consigliere straordinario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, cavaliere degli ordini pontificj di S. Gregorio Magno e della *Militia aurata*, socio di varie accademie di scienze ed arti, ec. — Milano . . . . » 1

VACANI CAMILLO, cav. DI FORT'OLIVO, cav. degli ordini II. russi di S. Anna e di S. Valdimiro, di quello della Legion d'onore di Francia, ec., general maggiore, membro onorario dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti e dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, ec. — Vienna. » 1

VALLARDI GIUSEPPE, negoziante di stampe. — Milano . . . . » 1

VALSECCHI ANTONIO, professore di diritto romano, ec. nell'I. R. Università di Padova . . . . » 1

VANDONI dottor ALESSANDRO, medico presso l'I. R. Delegazione provinciale in Milano. . . . . » 1

VELADINI ingegnere GIOVANNI, professore di matematica nell'I. R. Liceo di Sant'Alessandro in Milano, socio corrispondente dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti . . . . » 1

VENOSTA ingegnere FRANC. SAVERIO, aggiunto all'ingegnere in capo della provincia di Sondrio . . . . » 1

Azioni N.° 839

Azioni N.° 839

VENTURI nob. ANTONIO. — Brescia . . . . » 3

VERGANI GIO. BATTISTA, architetto, professore di disegno architettonico nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

VERSON dottor FRANCESCO, professore di clinica medica pei chirurghi nell'I. R. Università di Padova . . . . » 1

VIDONI DE SORESINA principe BARTOLOMEO, cav. gerosolimitano, I. R. ciambellano attuale, socio corrispondente della Reale Accademia di agricoltura, arti e commercio di Francia. — Cremona. . . . . » 5

VILLA ANTONIO. — Milano . . . . » 1

VILLA dottor CARLO PIETRO, deputato presso la Congregazione centrale in Milano . . . . » 1

VILLA GIAMBATTISTA. — Milano . . . . » 1

VILLA sac. GIUSEPPE, rettore del Collegio Borromeo in Pavia . . . . » 1

VILLATA DE WILLATBURG cav. GIUSEPPE, dottore in legge, I. R. consigliere di Governo, delegato della provincia di Mantova . . . . » 1

VISCARDINI sacerdote GIAN CAMILLO, prefetto dell'I. R. Ginnasio in Bergamo . . . . » 1

VISCONTI CARLO, ragioniere. — Milano . . . . » 1

VISCONTI cav. SIGISMONDO. — Milano. . . . . » 1

VISCONTI DI MODRONE duca UBERTO, I. R. ciambellano attuale, ec. — Milano. . . . . » 2

VISCONTINI ERCOLE, ingegnere, deputato presso la Congregazione provinciale in Milano. . . . . » 4

VISMARA abate professore GIUSEPPE, direttore dell'I. R. Liceo in Cremona. » 1

VITALI nob. GAETANO. — Milano . . . . » 1

VOLPI dottor ANTONIO, professore di diritto mercantile, cambiario, ec. nell'I. R. Università di Pavia . . . . » 1

WAGNER FRANCESCO SERAFINO, segretario presso l'I. R. Direzione generale di polizia in Milano. . . . . » 1

ZAMBELLI nob. ANDREA, professore di scienze e leggi politiche nell'I. R. Università di Pavia, membro effettivo e vice-presidente dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti . . . . » 1

ZANETTI GIUSEPPE, professore di grammatica nel Ginnasio comunale di Santa Marta in Milano . . . . » 1

Azioni N.° 869

Azioni N.° 869

ZANONCELLI ingegnere GIULIO, professore di matematica pura nell'I. R. Liceo di Cremona . . . . » 1

ZARDETTI dottor CARLO, direttore dell'I. R. Gabinetto numismatico e consigliere straordinario dell'I. R. Accademia di belle arti in Milano, socio corrispondente dell'I. R. Istituto Lombardo di scienze, lettere ed arti e del Ministero dell'istruzione pubblica in Parigi, ec. . . . . » 1

ZECCHINI ULISSE, I. R. commissario superiore di polizia in Milano . . » 1

ZENDRINI dottor ANDREA, medico municipale e socio dell'Ateneo di Bergamo » 1

ZERBI ingegnere FRANCESCO, capo del Collegio degli ingegneri periti presso l'I. R. Giunta del censimento. — Milano. . . . . » 1

ZOJA don GIUSEPPE, I. R. consigliere di Governo presso la Giunta del censimento in Milano . . . . » 1

Azioni N.° 875

INDICE.